

Università della Terza Età "Cardinale Giovanni Colombo" - Milano

A.A. 2023 - 2024

Corso di Astrofisica

Docente: Adriano Gaspani

Lezione 26

Gli Wormholes: i cunicoli spazio-temporali

La Metrica dell'Universo



Stabilire la Metrica dell'Universo equivale a formulare una regola per calcolare le distanze in quell'Universo

Distanza euclidea: fissata e costante per ogni coppia di punti nello spazio...

E' la distanza minima...



Massima velocità raggiungibile: la velocità della luce

$$c = 300.000 \text{ Km/sec}$$

tempo di viaggio: massimo...

T(anni) = distanza (AL) / c

Viaggi superluminali



V > c

INDIRETTAMENTE POSSIBILI

...SFRUTTARE LA

GEOMETRIA DELLO

SPAZIO-TEMPO...

Possibili....

Ecco il trucco....

Equazione di Campo di Einstein



Curvatura Spazio-Tempo Massa

densità di Energia, pressione, tensione

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Tensore di curvatura di Ricci

Tensore metrico

Tensore stress-energia

descrive la curvatura dello spazio-tempo

descrive la metrica dello spazio-tempo

Tensore di Stress-Energia

simmetria sferica

$$T_{ik} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{P} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{P} \end{pmatrix}$$

$$\rho c^2$$
 = densità di energia (Energia/volume)

$$\tau$$
 = tensione radiale

Tensore Metrico

simmetria sferica

Maggiore è il campo gravitazionale e maggiore è la curvatura.

Si, ma c'è un limite...

$$g_{ik} = egin{pmatrix} \left(1-rac{2GM}{c^2r}
ight) & 0 & 0 & 0 \ 0 & -rac{1}{\left(1-rac{2GM}{c^2r}
ight)} & 0 & 0 \ 0 & 0 & -r^2 & 0 \ 0 & 0 & 0 & -r^2 \mathrm{sen}^2 heta \end{pmatrix}$$

Curvatura =
$$\frac{G P}{c^2}$$

$$\frac{G}{c^2}$$
 = 7.4 x 10⁻³⁰ m/Kg

Raggio di

Schwartzschild

r_s = raggio

G = costante di gravitazione

M = massa

c = velocità della luce

La soluzione di Schwarzschild

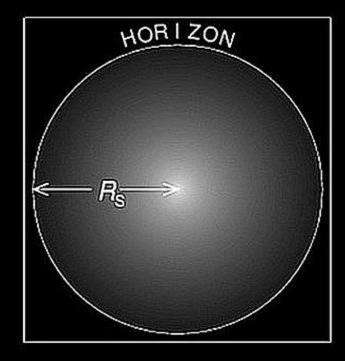
Nel 1916 l'astrofisico Karl Schwarzschild trova per primo una soluzione alle equazioni della relatività di Einstein per un oggetto sferico, statico e immerso in uno spazio vuoto. Se l'oggetto è concentrato entro un raggio critico, allora nulla, neanche la luce, può più uscirne.



Raggio di Schwarzschild

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

$$R_s(km) \approx 3 \times \frac{M_{stella}}{M_{Sole}}$$



Karl Schwarzschild (1873-1916)

Nel 1967, Wheeler li battezza buchi neri

Che succede a casa nostra? cioè vicino al Sole...

Prendiamo il primo termine del tensore metrico g₀₀

$$g_{00} = 1 - \frac{2 G M}{r c^2}$$

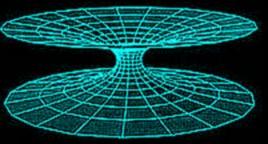
$$\frac{2 \text{ G M}_{\text{sole}}}{c^2 \text{ R}_{\text{sole}}}$$
 è dell'ordine di 10^{-6}

$$M_{sole} = 2 \times 10^{30} \text{ Kg}$$

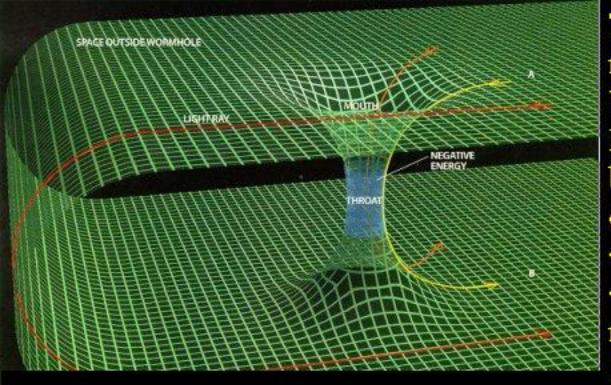
 $R_{sole} = 7 \times 10^{8} \text{ m}$

...che rappresenta una correzione molto piccola alla metrica piatta (euclidea)...





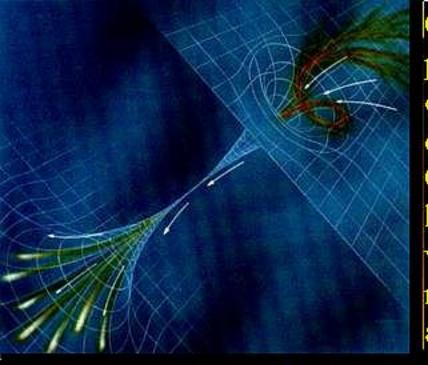
Una scorciatoia attraverso lo spazio-tempo



Tale possibilità è rappresentata dai Wormhole, o pointi di Einstein-Rosen. Questi buchi neri hanno caratteristiche speciali:

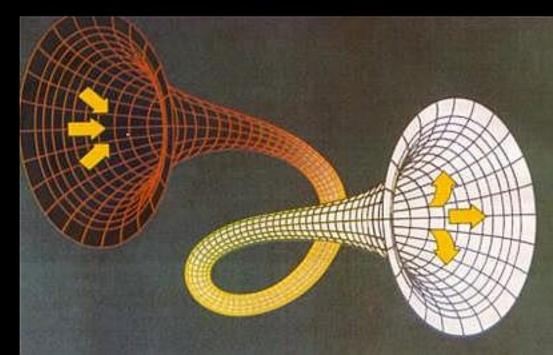
- Devono essere rotanti
- Devono avere una massa molto grande, almeno 1000 masse solari

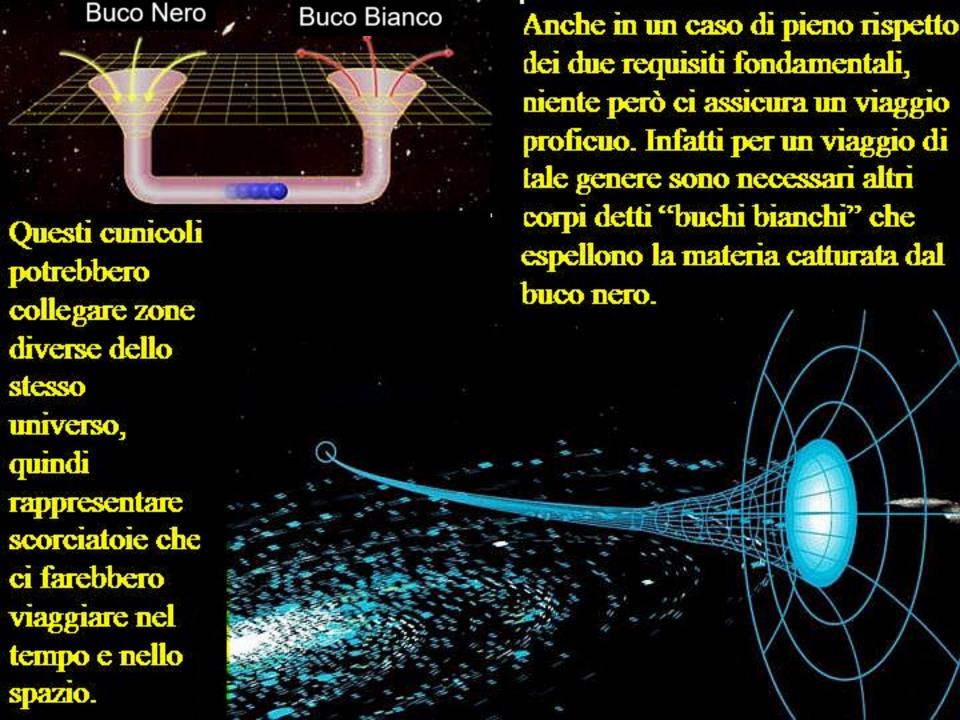
Il primo requisito risulta necessario per l'attraversamento del wormhole: un buco nero rotante potrebbe non avere una singolarità nel suo centro, bensì una specie di anello. In questa maniera sarebbe possibile attraversarlo senza necessariamente finirvi addosso. Il secondo requisito è necessario per la sopravvivenza di qualsiasi oggetto dopo aver attraversato l'orizzonte, infatti avendo una grande massa, e quindi un grande raggio, le forze che vengono esercitate su un oggetto che attraversasse l'orizzonte potrebbero essere sopportabili.



Oppure potrebbero collegare due universi paralleli e risultare quindi essere, oltre che dei passaggi tra due tempi e spazi differenti, anche tra due universi. Quest'ultima possibilità semplificherebbe la diatriba intorno ai problemi che il viaggio nel tempo crea, in quanto modificando il passato dell'universo di arrivo non modificheremmo il nostro.

Anche queste "macchine del tempo" risultano avere delle problematiche: prima di tutto non si sa con precisione quali siano le leggi fisiche dopo aver attraversato l'orizzonte, inoltre non sarebbe possibile un viaggio di ritorno e saremmo costretti dall'altra parte.

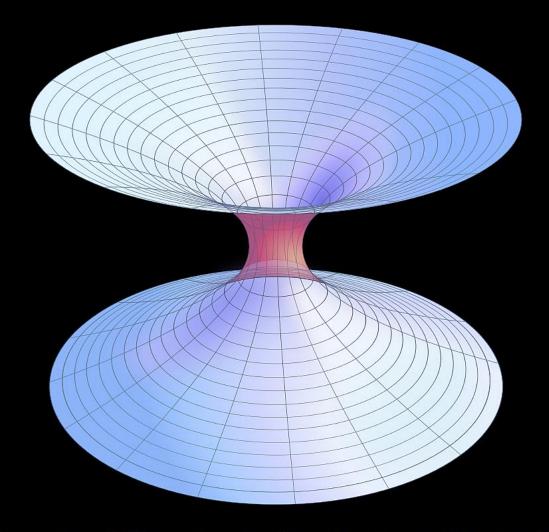




Con gli Wormhole Lorentziani è più semplice///

Gli Wormholes Lorenziani non hanno singolarità e nemment un orizzonte degli eventi quindi sono attraversabili.

Basta progettari bene...



Un wormhole lorenziano bidimensionale che può collegare due punti distanti dello stesso universo oppure due differenti universi.

Senza singolarità e senza orizzonte degli eventi alla strozzatura

Ecco come funziona...

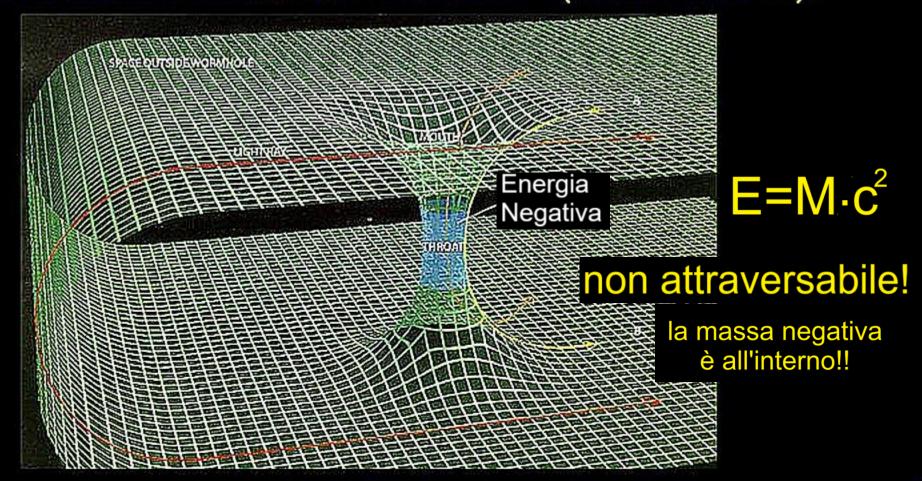
Se temete di non sopravvivere saltate pure questa slide...

L'equazione del campo gravitazionale di Einstein è la seguente:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -[8 \pi G/c^4] T_{\mu\nu}$$

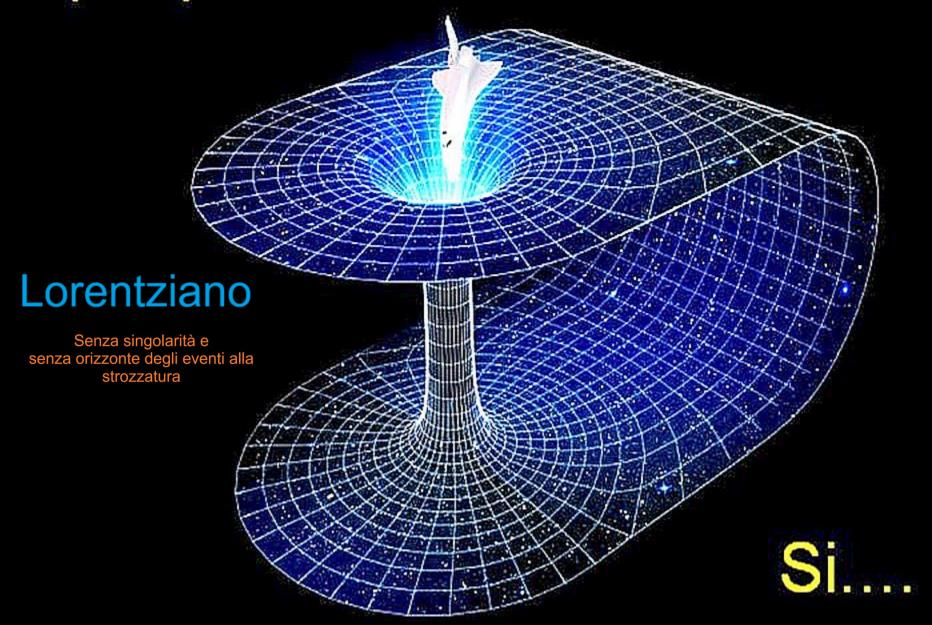
Dove $G_{\mu\nu}$ è il tensore di curvatura di Einstein, $R_{\mu\nu}$ è il tensore di curvatura di Ricci, R è lo scalare di Ricci che corrisponde alla traccia (la diagonale principale) del tensore $R_{\mu\nu}$ e $T_{\mu\nu}$ è il tensore sforzo-energia cioè una quantità matriciale che codifica la densità e il flusso dell'energia e della quantità di moto di una sorgente di materia, di fatto quella che genera il campo gravitazionale, G è la costante di gravitazione universale di Newton (6,673 x 10^{-11} Nm²/kg²) e c è la velocità della luce nel vuoto (3×10^8 m/sec). In termini molto semplificati, questa relazione afferma che la gravità, non è una forza, bensì è una manifestazione della curvatura locale dello spazio-tempo la cui geometria è definita dagli elementi del tensore $G_{\mu\nu}$ che nel caso generale sono 16, ma che in realtà, salvo casi particolari, sono solo 4 diversi da zero. Gli indici greci $\mu = 0$,..., 3 e $\nu = 0$, ..., 3 indicano le coordinate spazio-temporali X_0 , ..., X_3 , tali che X_1 ,..., X_3 sono le coordinate spaziali e X_0 è la coordinata temporale.

Ponte di Einstein-Rosen (Wormhole)



Nell'Universo la distanza non è costante, ma dipende dalla curvatura dello Spazio-Tempo

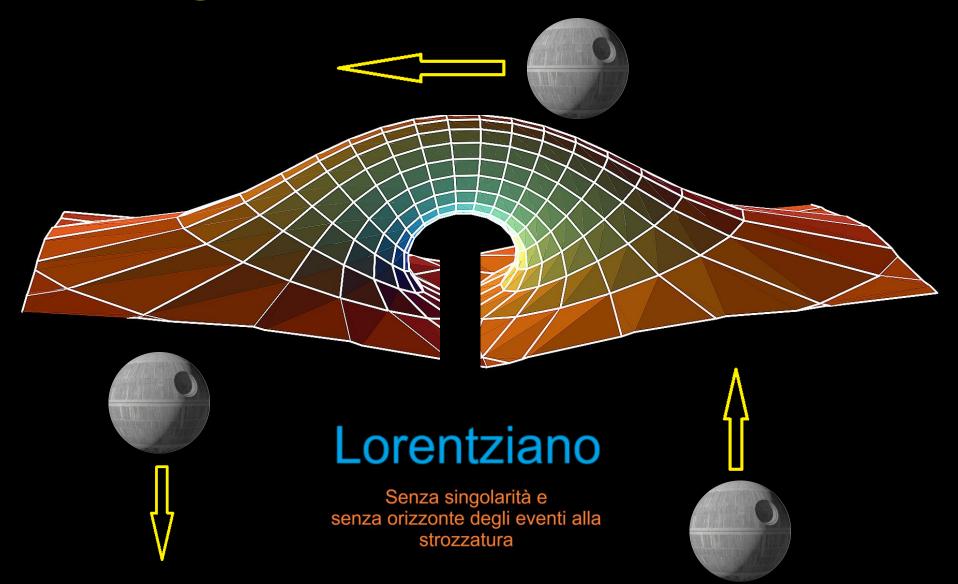
Si può passare attraverso?



Requisiti per un wormhole attraversabile

- 1) Il tempo di viaggio attraverso il tunnel o la gola del wormhole dovrebbe essere di circa 1 anno, come visto sia dagli astronauti in viaggio che dagli osservatori statici esterni.
- 2) Il tempo proprio misurato dagli astronauti non deve essere dilatato da effetti relativistici.
- 3) Quando si attraversa il wormhole, l'accelerazione gravitazionale e l'accelerazione mareale-gravitazionale tra le diverse parti del corpo dei viaggiatori devono essere dell'ordine di 1g o in altre parole, circa pari all'accelerazione di gravità vicino alla superficie terrestre: $1g = 9.81 \text{ m/s}^2$. (viaggio confortevole)
- 4) La velocità reale di viaggio attraverso il tunnel spazio temporale dovrebbe essere: v << c.
- 5) Gli astronauti umani e quindi composti da materia ordinaria non devono fondersi con il materiale che genera la curvatura del wormhole. Il wormhole deve essere attraversato da una sorta di tubo vuoto attraverso il quale i viaggiatori possano muoversi.
- 6) Non deve esistere un orizzonte degli eventi nella gola del wormhole, altrimenti si potrebbe verificare un'inversione temporale.
- 7) Non deve esistere una singolarità nella gola del wormhole, oppure della materia infinitamente collassata. Questo ucciderebbe immediatamente gli astronauti.

Wormhole attraversabile che connette due regioni distanti dello stesso universo



Questi requisiti ci portano quindi a definire la seguente metrica sfericamente simmetrica in uno spazio-tempo lorentziano a simmetria sferica, ds^2 la quale descrive la geometria del wormhole attraversabile.

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)}c^2 dt^2 + [1-b(r)/r]^{-1} dr^2 + r^2 d\Theta^2$$

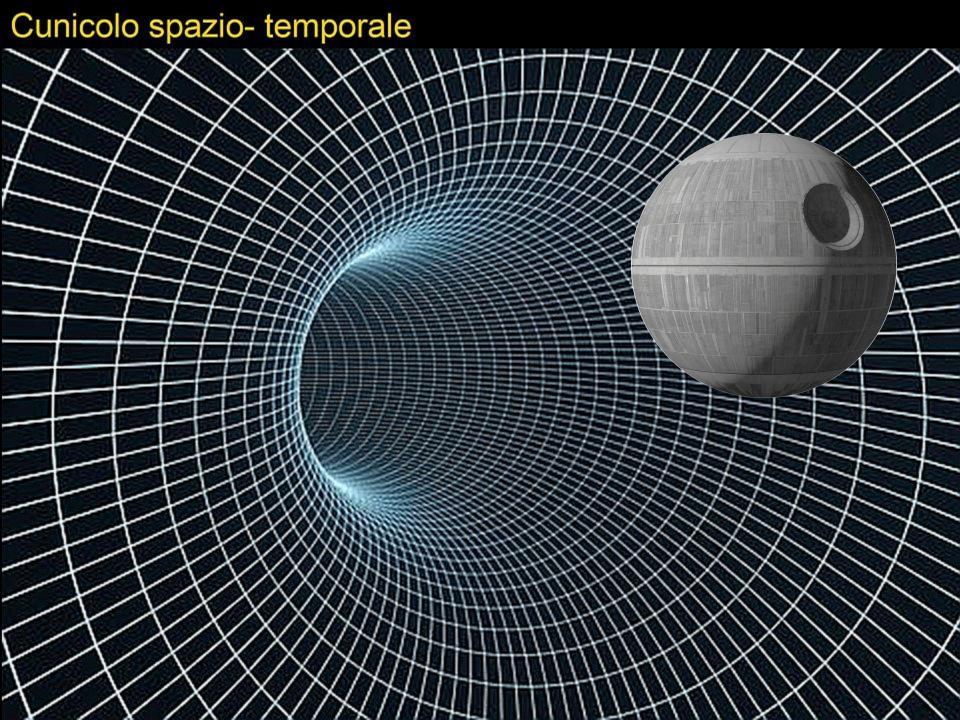
dove:

$$d\Theta^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta \ d\varphi^2$$

in coordinate polari standard (r,θ,φ) . Ricordiamo che una metrica spaziale, ds è una funzione di distanza Lorentz-invariante tra due punti qualsiasi dello spazio-tempo, definita da:

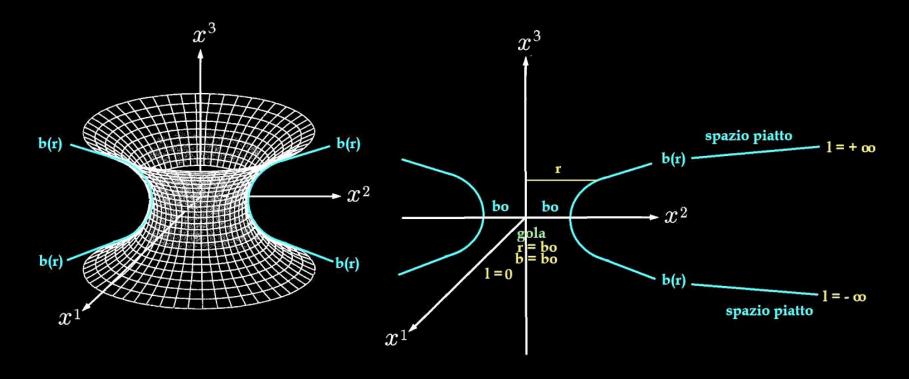
$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$

dove $g_{\mu\nu}$ è il tensore metrico che è una matrice di 4x4 =16 elementi che codifica la geometria dello spazio-tempo e dx^{μ} è la separazione infinitesima tra due punti di coordinate x^{μ} e x^{ν} . La funzione $\Phi(r)$ è una funzione di *redshift* liberamente specificabile che definisce il tempo proprio di attraversamento della gola del wormhole e b(r) è una funzione di forma liberamente specificabile che definisce la geometria spaziale (ipersuperficie) della gola del wormhole.



Progettiamo un wormhole attraversabile

Lorentziano



schema esplicativo

Soluzione

Sia b(r) una funzione arbitraria che definisce il profilo del wormhole, (vedere lo schema precedente) dove r è la distanza di ogni punto dall'asse di simmetria X^3 e sia $\Phi(r) = 0$ una funzione che descrive gli effetti della forza mareale esercitata dalla materia che compone il wormhole, allora per generare e tenere aperto quel particolare wormhole con un'ampiezza della gola pari a bo sono necessarie una densità di materia/energia $\rho(r)$ pari a:

$$\rho(r) = \frac{(db(r)/dr) \cdot c^2}{(8 \cdot \pi \cdot G \cdot r^2)}$$
 Energia Negativa

una tensione $\tau(r)$ pari a:

$$\tau(r) = b(r) \cdot c^4 / (8 \cdot \pi \cdot G \cdot r^3)$$

e una pressione laterale p(r) pari a:

$$p(r) = [b(r) - (db(r)/dr)] \cdot c^4/(16 \cdot \pi \cdot G \cdot r^3)$$

dove $\frac{db(r)}{dr}$ è la derivata prima della funzione arbitraria $\frac{b(r)}{dr}$.

Questa soluzione è una delle tante possibili che possono essere ottenute manipolando opportunamente l'equazione del campo gravitazionale di Einstein.

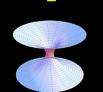
Elementi del tensore $T_{\mu\nu}$

 $T_{tt} = \rho \cdot c^2$ è la densità di massa-energia. $T_{rr} = -\tau$ è la tensione radiale $T_{\theta\theta} = p$ è la pressione laterale $T_{\varphi\varphi} = p$ è di nuovo la pressione laterale dell'equazione di Einstein:

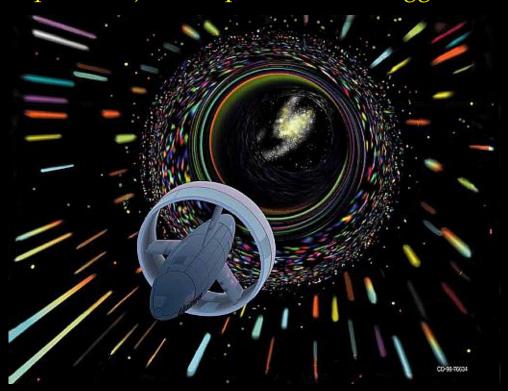
 $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -[8 \pi G/c^4] T_{\mu\nu}$

Energia

Negativa



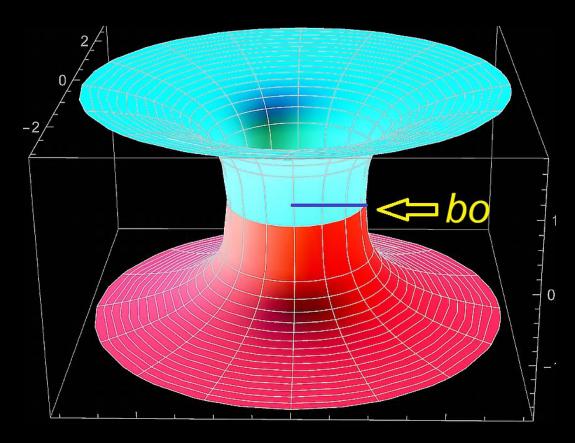
Riassumendo abbiamo che (equazione di campo) + (assenza di orizzonte degli eventi nella gola del wormhole) implicano che $\tau > \rho \cdot c^2$ nella gola che a sua volta implica che gli astronauti che si muovono ad alta velocità entro la gola del wormhole vedono la presenza di una massa-energia negativa e questo viola le tre fondamentali condizioni energetiche: a) la condizione di energia debole (WEC), b) la condizione di energia forte (SEC) e c) la condizione di energia dominante (DEC) , in parole povere vedranno la presenza di materia esotica che potrebbe (ma non lo sappiamo per certo) essere proibita dalle leggi della Fisica.



Un esempio semplicissimo potrebbe essere $b(r) = bo + \sqrt{r}$ con ad esempio bo = 1000 metri. Ricordiamo che le unità di misura sono quelle tipiche del sistema MKS quindi metri, kilogrammi, secondi, etc. Ricordatevi che un wormhole attraversabile è costoso, vi servirà una massa negativa (esotica) pari a:

$$M_{wh} = -(2.7 \times 10^{27} \cdot bo) \ kg$$

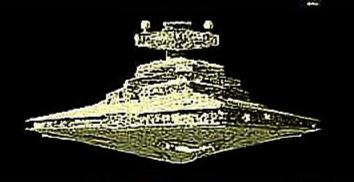
Per generare l'energia oscura (negativa) per poterci passare dentro e per tenerlo aperto per poter tornare a casa...

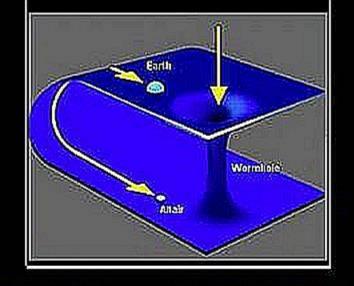




Esempio

Distanza Terra - Altair: 16,73 Anni Luce

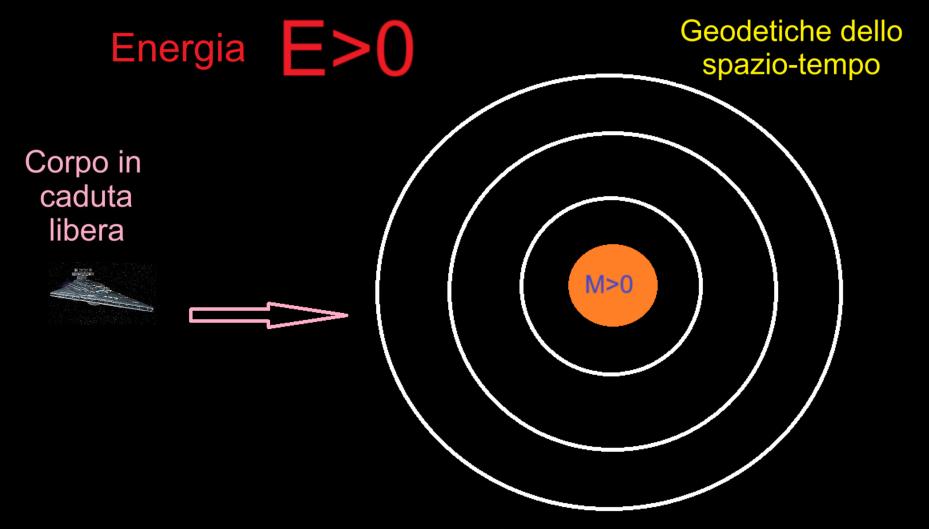




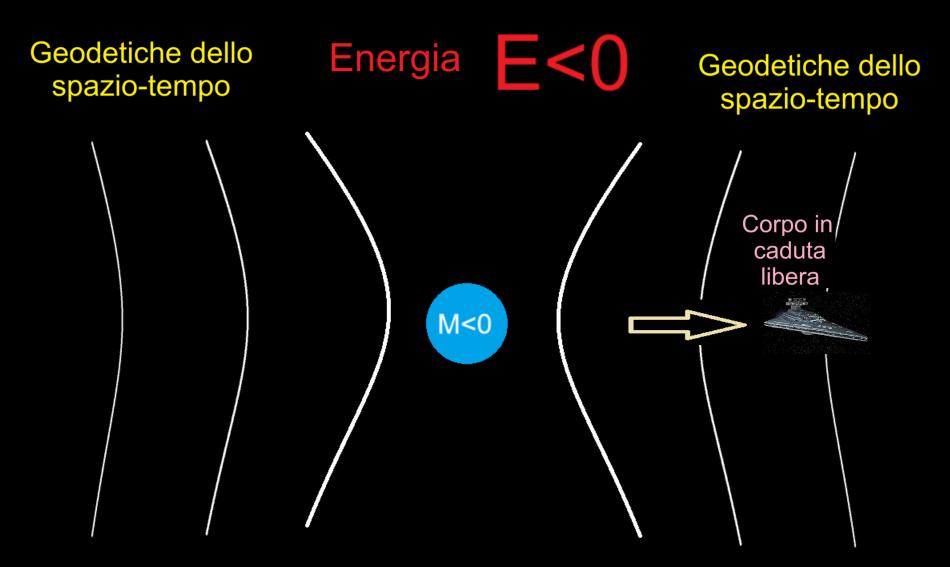
Distanza: 16,73 AL x 365 g x 86400 s x 300000 Km/s
= 1,6 x 10¹⁴ Km
viaggiando a 25000 Km/h si impiegherebbero:
722736 anni

Passando per il wormhole: 50000 Km ... fattibile in 2 ore di viaggio

Velocità equivalente: 41,7 c



Massa positiva ⇒ Curvatura positiva Gravità attrattiva



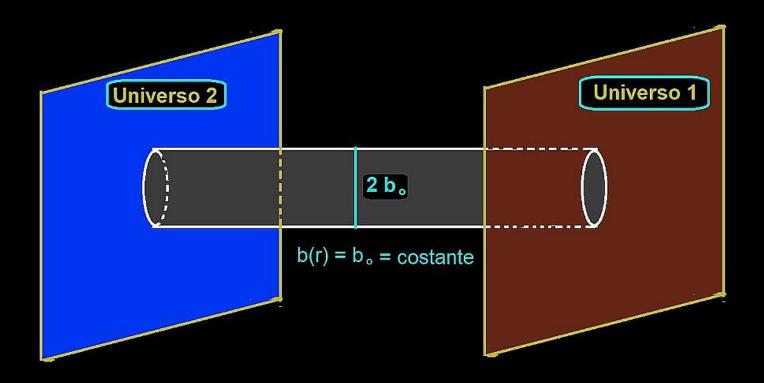
Massa negativa ⇒curvatura negativa Gravità repulsiva



Viaggi interstellari e intergalattici possibili

Un trucco...

più o meno infame, giudicate voi...



Un wormhole che minimizza la richiesta di materia esotica per essere aperto e mantenuto, si ottiene imponendo la funzione arbitraria di forma $b(r) = costante = b_o$ lungo tutto il cunicolo il cui diametro è pari a $2 \cdot b_o$. Il cunicolo cilindrico è a curvatura nulla quindi la densità di massa-energia richiesta per generarlo è pari a zero.

A questo punto è facile mostrare che la densità di massa $\rho(r) = \rho(b_o) = 0$ lungo tutto il cunicolo spazio-temporale e quindi anche la densità di energia $\rho(r) \cdot c^2 = \rho(b_o) \cdot c^2 = 0$.

Calcoliamo ora la tensione radiale τ e avremo:

$$\tau(r) = \tau(b_o) = c^4 / (8 \cdot \pi \cdot G \cdot b_o^2)$$

e ora la pressione laterale p e risulterà:

$$p(r) = p(b_o) = c^4 / (16 \cdot \pi \cdot G \cdot b_o^2)$$

La richiesta di massa esotica sarà quindi:

$$M_{wh} = -2 \cdot b_o \cdot c^2 / G$$

anche la lunghezza del cilindro può essere ridotta a zero....





permette l'attraversamento istantaneo del cunicolo spazio-temporale emergendo istantaneamente in un altro universo oppure da qualche parte nello stesso universo.

La richiesta di massa esotica sarà

Massa negativa



 $M_{wh} = -(2.7 \times 10^{27} \cdot bo) \ kg$

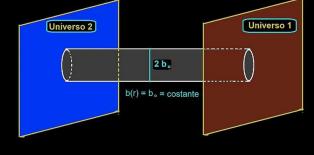
Sezione del corridoio

La massa negativa è fuori dal corridoio quindi è attraversabile

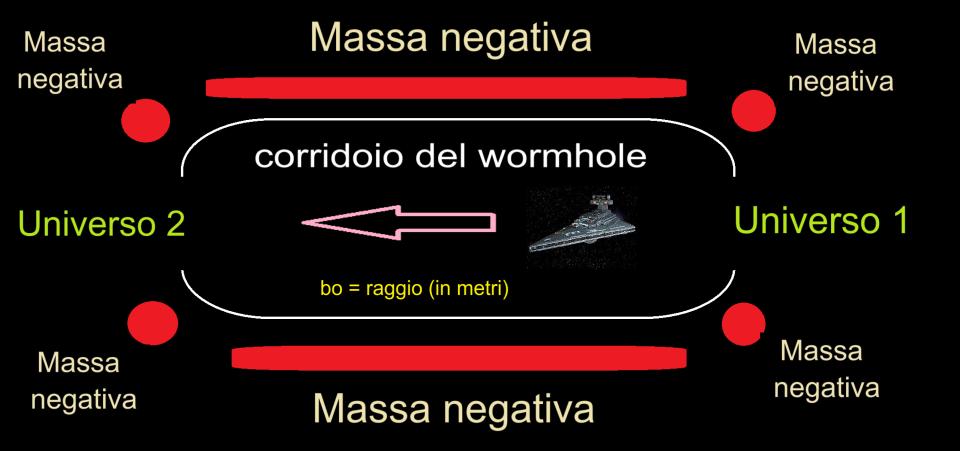
Densità di energia minore di zero

Occhio agli spigoli...

Gli spigoli netti sono fratture nello spazio-tempo!!!



 $M_{wh} = -(2.7 \times 10^{27} \cdot bo) \ kg$



Un trucco infame non basta... eccone uno doppiamente infame:

gli Wormholes Poliedrici

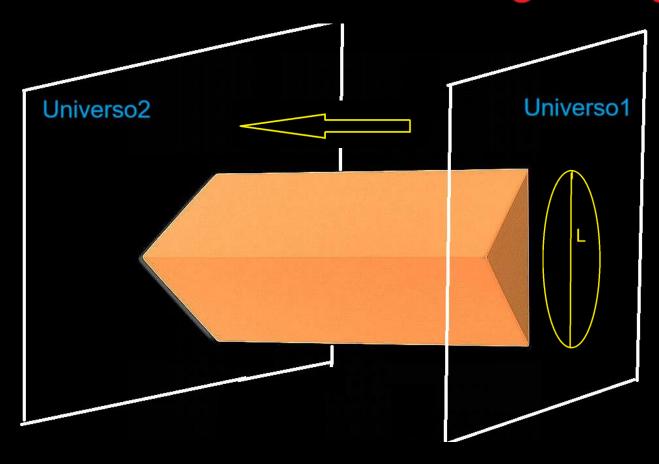
Un wormhole a sezione poligonale minimizza la quantità di Energia Esotica richiesta per tenerlo aperto.

Densità di massa negativa richiesta:

$$\rho = -\frac{(n-2)}{n} \cdot \frac{mp}{lp} \quad Kg/m$$

mp = massa di Plank lp = lunghezza di Plank n = numero degli spigoli

Wormhole di minima energia negativa



spigoli arrotondati!!

Gli spigoli netti sono fratture nello spazio-tempo!!!

$$\rho = -\frac{1}{3} \cdot \frac{mp}{lp} \quad Kg/m$$

ma:

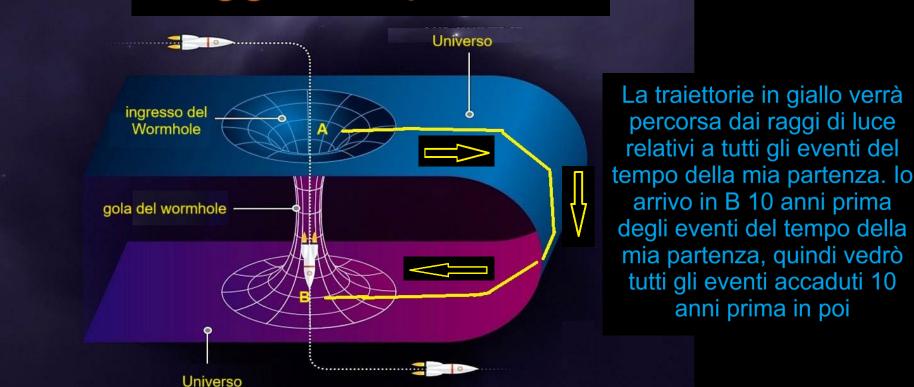
$$\frac{mp}{lp} = 1.35 \times 10^{27} \text{ Kg/m}$$

allora:

$$M_{wh} = 1.35 \times 10^{27} \cdot \frac{(n-2)}{n} \cdot L$$
 Kg

L = Diametro del cerchio circoscritto alla sezione poligonale (metri)

Viaggio nel passato

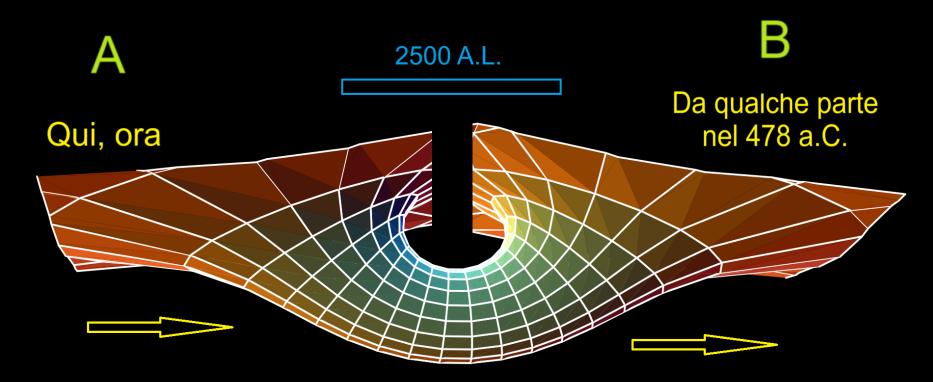


parto dal punto A e attraverso il wormhole arrivando in B istantaneamente. Il raggio di luce che porta l'informazione del mio viaggio percorre la traiettoria in giallo da A a B impiegando 10 anni, quindi io arrivo in B 10 anni prima della notizia della mia partenza. Siccome il cunicolo può essere arbitrariamente corto, A e B coincidono e quindi io arrivo di nuovo in A in tempo per vedere la mia partenza...

Un interessante problema archeologico

Progetto un wormhole lorentziano che collega i due punti A e B distanti 2500 anni luce. Parto da A oggi e raggiungo B in un'ora. Arrivato in B assisto agli eventi avvenuti 2500 anni fa con lo sfasamento temporale di 1 ora perché quando arrivo io stanno arrivando i segnali (immagini) degli eventi accaduti 2500 anni fa, meno 1 ora. Mi trovo quindi nel 478 a.C.

Assisto agli eventi storici, ma non posso modificarli, perché al massimo modifico un segnale luminoso, non l'evento che è accaduto a 2500 A.L. di distanza. Questo è la Congettura della Censura Cronologica (Hawking e Penrose, Thorne e Politzer 2004)



Gli Wormholes Lorentziani esistono in natura? Si!!

Sono creati e istantaneamente distrutti dalle fluttuazioni quantistiche (Quantistic Foam)

Possono generarsi attraverso il Principio di Indeterminazione di Heisemberg:

 $\Delta E \cdot \Delta t \simeq h$

Werner Karl Heisenberg nel 1927, anno in cui pubblicò il suo articolo sul principio di indeterminazione.



Come produrre energia oscura?

Effetto Casimir

Effetto Casimir

L'effetto Casimir si manifesta come una piccola forza attrattiva che agisce tra due lamelle piane metalliche non cariche, vicine e parallele.

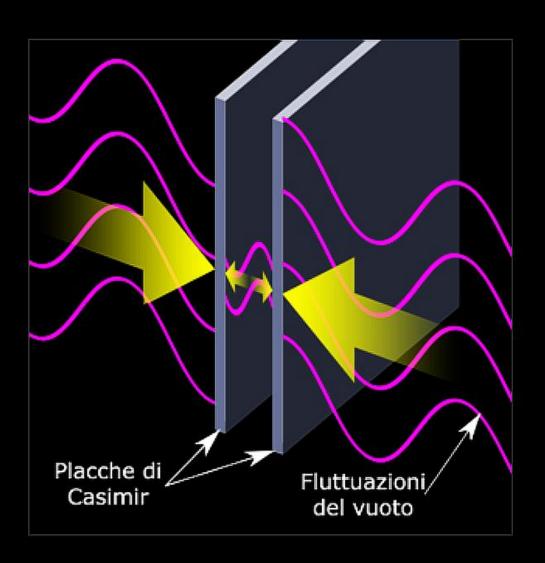
Questo effetto è stato predetto nel 1948 dal fisico olandese Hendrick Casimir e verificato sperimentalmente dopo circa cinquant'anni.

Esso rappresenta la prova sperimentale dell'esistenza di quell'energia del vuoto (Energia Negativa) invocata dai cosmologi per spiegare l'accelerazione dell'espansione dell'universo inaspettatamente scoperta negli ultimi anni.

L'effetto Casimir è dovuto alle fluttuazioni nel vuoto del campo elettromagnetico.

In fisica classica lo spazio vuoto rappresenta una sorta di contenitore inerte in cui nulla può accadere.

Effetto Casimir



Hendrik Casimir



Casimir in 1958

Born 15 July 1909

The Hague, Netherlands

Died 4 May 2000 (aged 90) Heeze, Netherlands In meccanica quantistica, invece, il vuoto non è vuoto!

Esso contiene un "ribollire" di particelle elementari: elettroni, antielettroni, fotoni, ecc. che vengono create dal nulla e rapidamente tornano al nulla, annichilendosi ognuna con la propria antiparticella.

Per distinguerle dalle particelle reali, queste evanescenti particelle del vuoto quantico vengono dette *virtuali*.

Come un gas esercita una pressione sulle pareti del recipiente che lo contiene, tramite l'incessante bombardamento delle pareti da parte delle molecole che lo compongono, così le particelle virtuali esercitano una pressione sulle pareti di una superficie posta nel vuoto.

Essendo il bombardamento (la pressione) uguale su entrambe le facce, l'effetto netto di questo fenomeno è nullo.

Se però si pongono due lamelle una di fronte all'altra si opera una selezione, per cui nello spazio tra le due lamelle solo determinate particelle di fissata energia possono essere create, mentre nello spazio esterno il vuoto continua a "produrre" particelle di ogni energia.

Le lamelle vengono dunque bombardate sulle loro facce esterne da molte più particelle che non sulle facce interne.

Questo squilibrio si esplicita in una forza che tende ad avvicinare le lamelle. Tale forza generata dal "nulla" viene appunto detta forza di Casimir.

L' Effetto Casimir e l'Espansione dell'Universo

Quale ruolo può avere l'Effetto Casimir in cosmologia e più in particolare sull'espansione accelerata dell'Universo?

Una simile accelerazione può avere luogo solo se esiste una forza espansiva che prevalga sull'effetto frenante della gravità.

I cosmologi ritengono che questa "antigravità" derivi direttamente dalle proprietà stesse dello spazio.

In effetti, posta uguale a zero la pressione dello spazio vuoto, l'attrazione tra le due lamelle dovuta all'effetto Casimir può essere interpretata come la creazione di una pressione negativa nel volume compreso tra le lamelle stesse.

La pressione è una forma di energia e un'energia *E*, com'è noto dalla Teoria della Relatività Ristretta di Einstein, possiede una massa equivalente:

$$m = E/c^2$$

dove c è la velocità della luce.

La pressione negativa dà dunque luogo ad una gravità ripulsiva.

energia oscura?

La forza di Casimir per unità di superficie (F_c/A), nel caso ideale di piastre metalliche perfettamente conduttive tra cui sia stato creato il vuoto, è calcolata come:

$$rac{F_c}{A}=-rac{d}{da}rac{\langle E
angle}{A}=-rac{\hbar c\pi^2}{240a^4}=-rac{hc\pi}{480a^4}$$

dove:

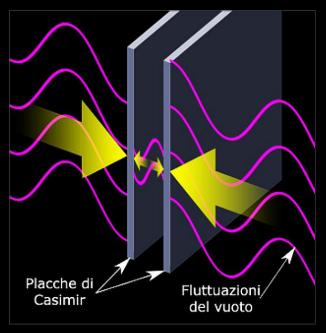
$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$
 è la costante ridotta di Planck,

 $\langle E \rangle$ è il valore di aspettazione nel vuoto dell'energia del campo elettromagnetico

h è la costante di Planck.

- c è la velocità della luce.
- a è la distanza tra le due piastre,

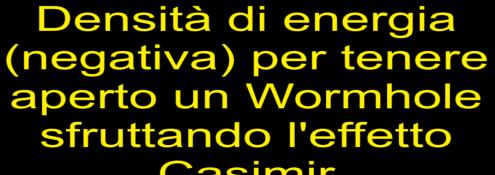
A è l'area delle piastre.

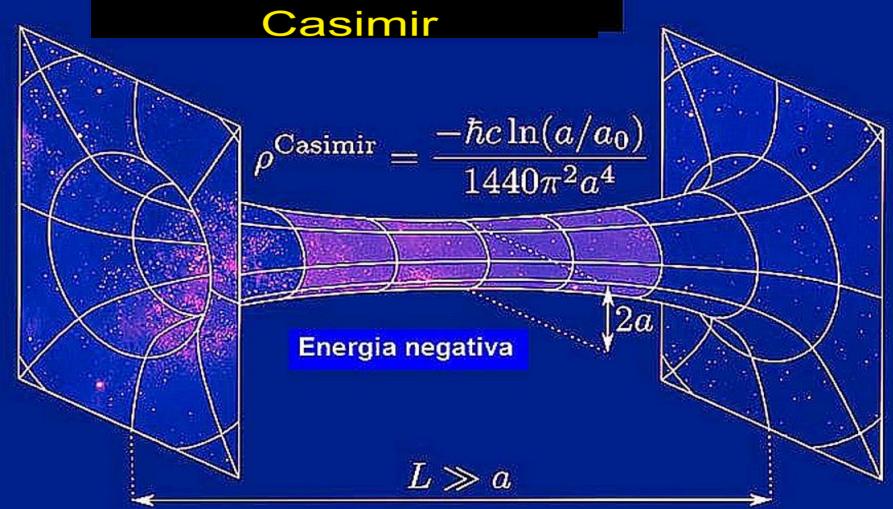


Un simile meccanismo potrebbe essere stato alla base dell'accelerazione dell'universo (anche nella fase primordiale detta *inflazionaria*, in cui l'universo si sarebbe espanso di 10⁴³ volte nel giro di 10⁻³² secondi).

Allo stato attuale, tuttavia, i calcoli teorici basati sulla meccanica quantistica danno un valore dell'antigravità ben 10¹²⁰ più grande di quello valutato dai cosmologi in base all'accelerazione dell'universo!

Il traguardo della fisica teorica attuale è dunque quello di produrre una teoria della gravità (attualmente rappresentata dalla Teoria Generale della Relatività di Einstein) che possa convivere armonicamente con la meccanica quantistica.







Grazie per l'attenzione!!,