Universítà "Cardinale Giovanni Colombo" - Milano

A.A. 2024 - 2025

Corso di Archeoastronomia

Docente: **Adriano Gaspani**

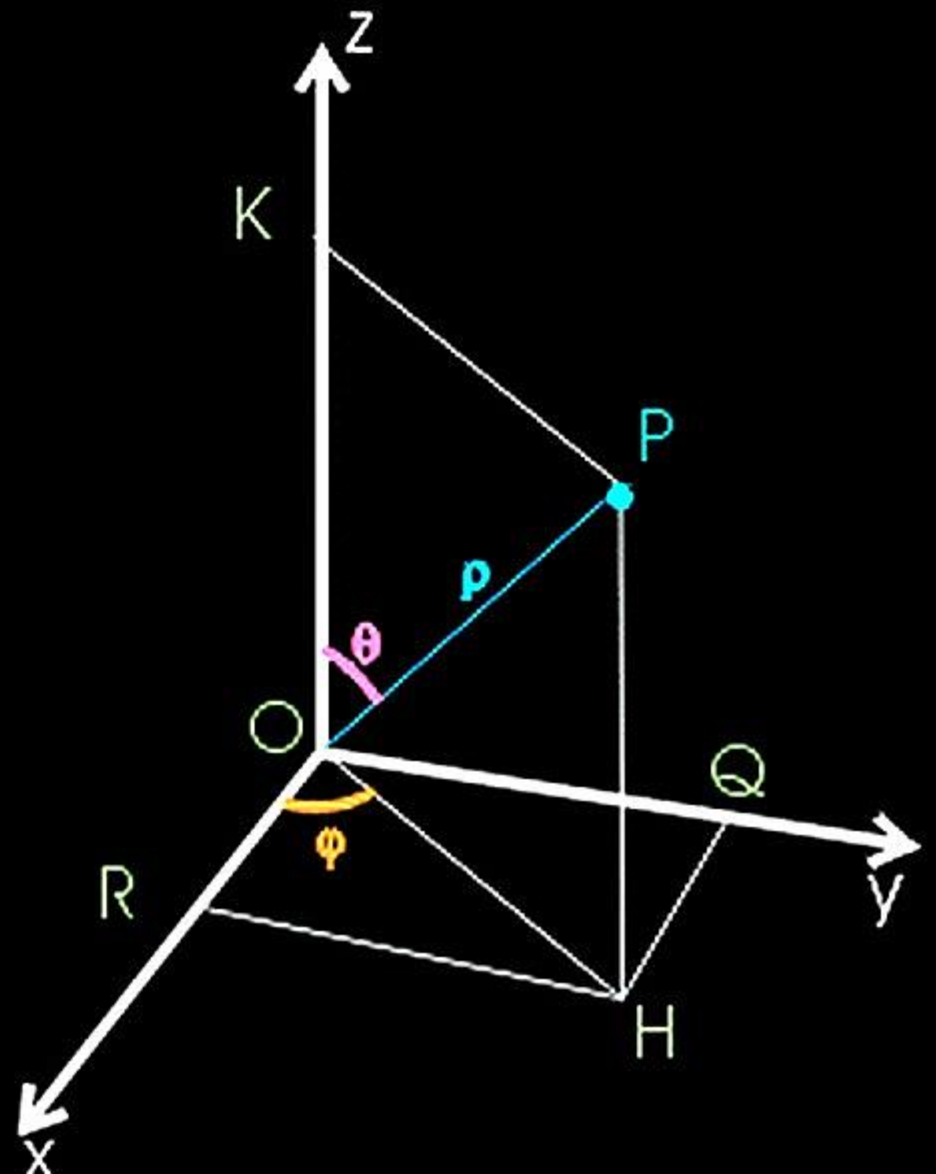
Lezione 2

Elementi fondamentali di Astronomia Sferica

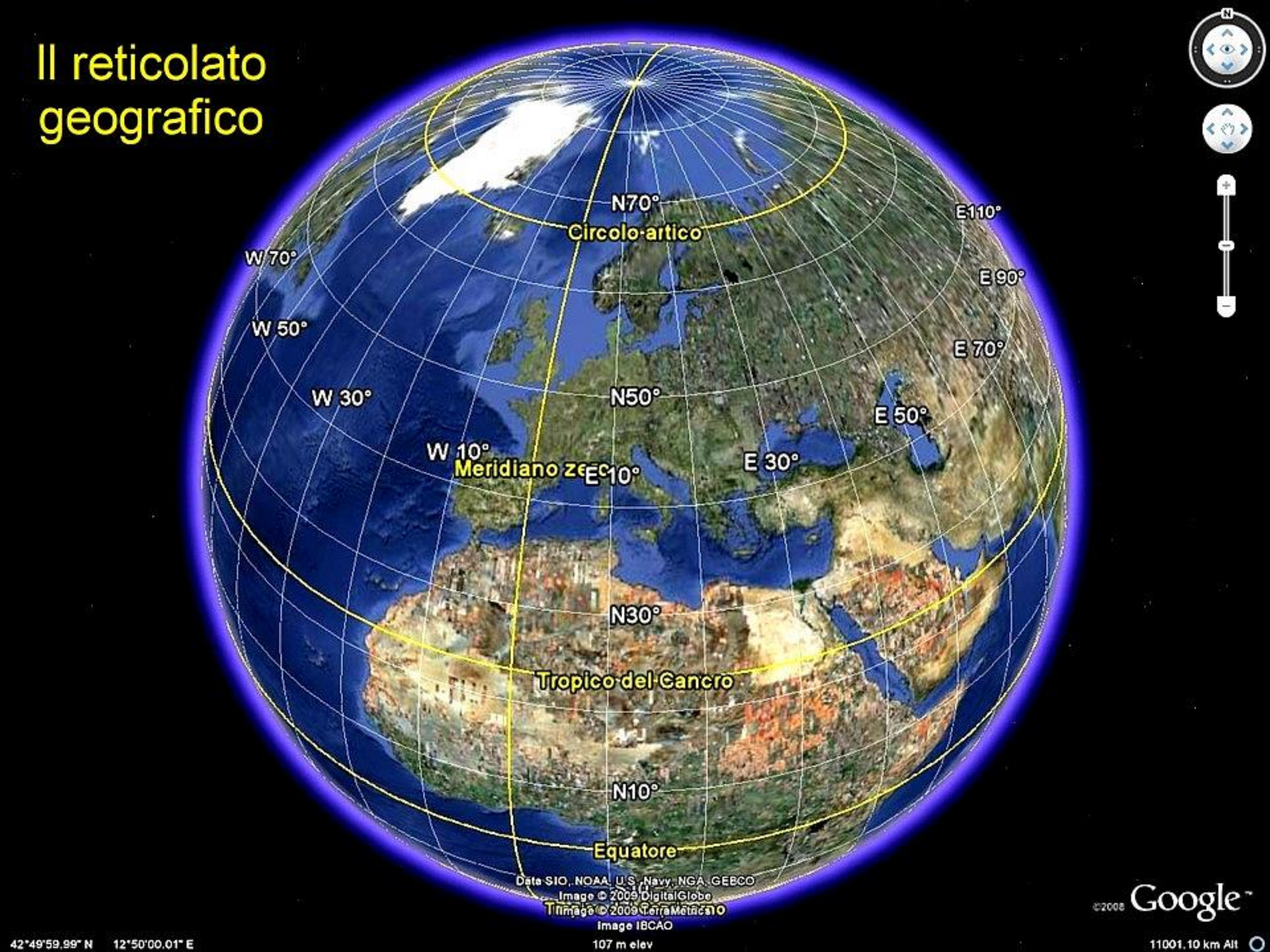

...la Terra
...Credetemi! Vi assicuro che è rotonda...

L'Astronomia Sferica descrive la posizione e il movimento degli astri sulla Sfera Celeste

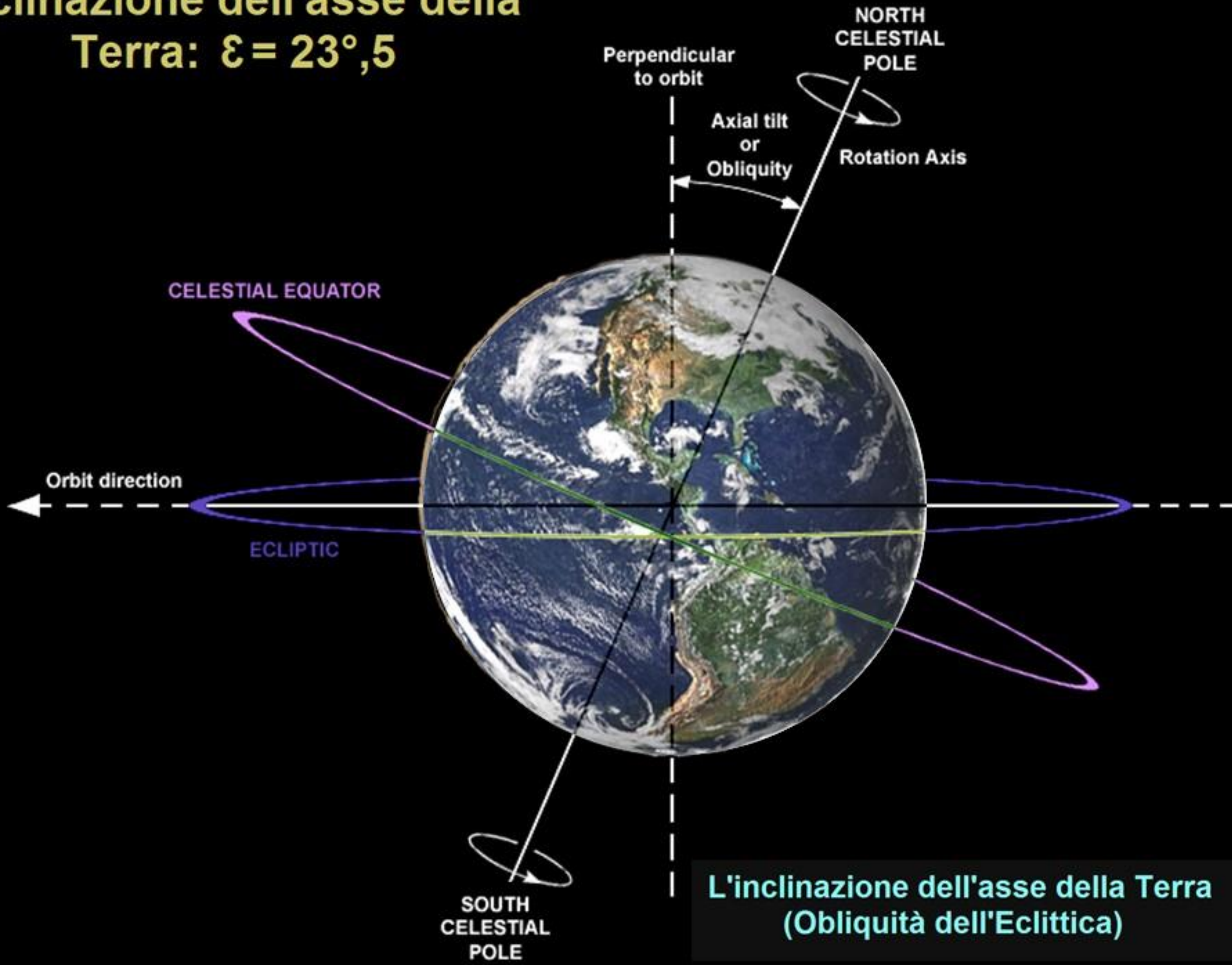
Coordinate Sferiche



Il reticolato geografico

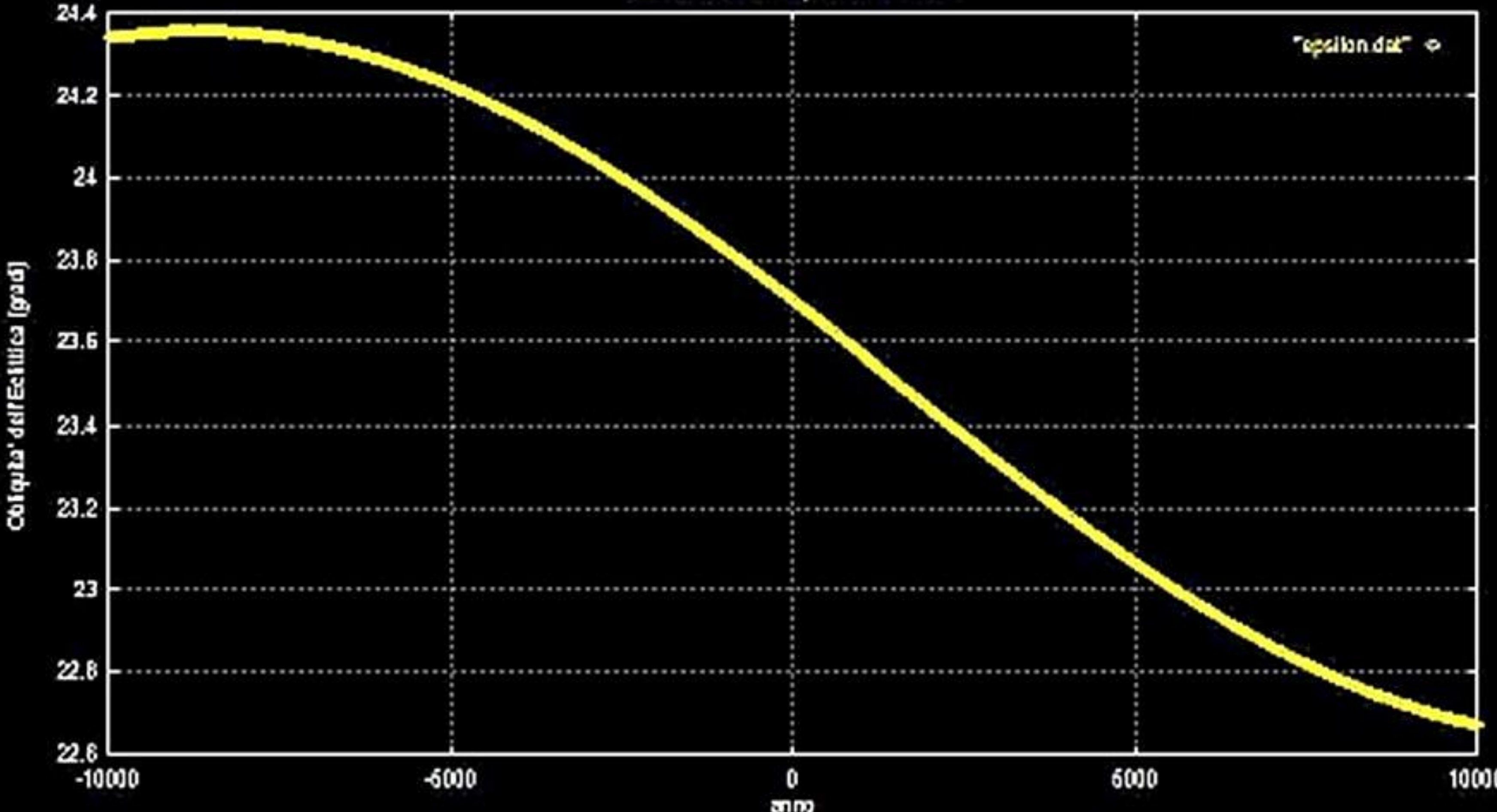


Inclinazione dell'asse della Terra: $\varepsilon = 23°,5$



L'inclinazione dell'asse della Terra (Obliquità dell'Eclittica)

Variazione dell'Obliquità dell'Eclittica



Variazione dell'inclinazione dell'orbita della Terra tra gli anni -10000 e 10000.

Variazione dell'Obliquità dell'Eclittica

Il valore dell'obliquità dell'eclittica ε deve essere quello calcolato per l'epoca di arrivo t, quindi avremo:

$$\boxed{\varepsilon(t) = A_\circ + A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)}$$

in cui:

$$A_\circ = 23°,496932$$

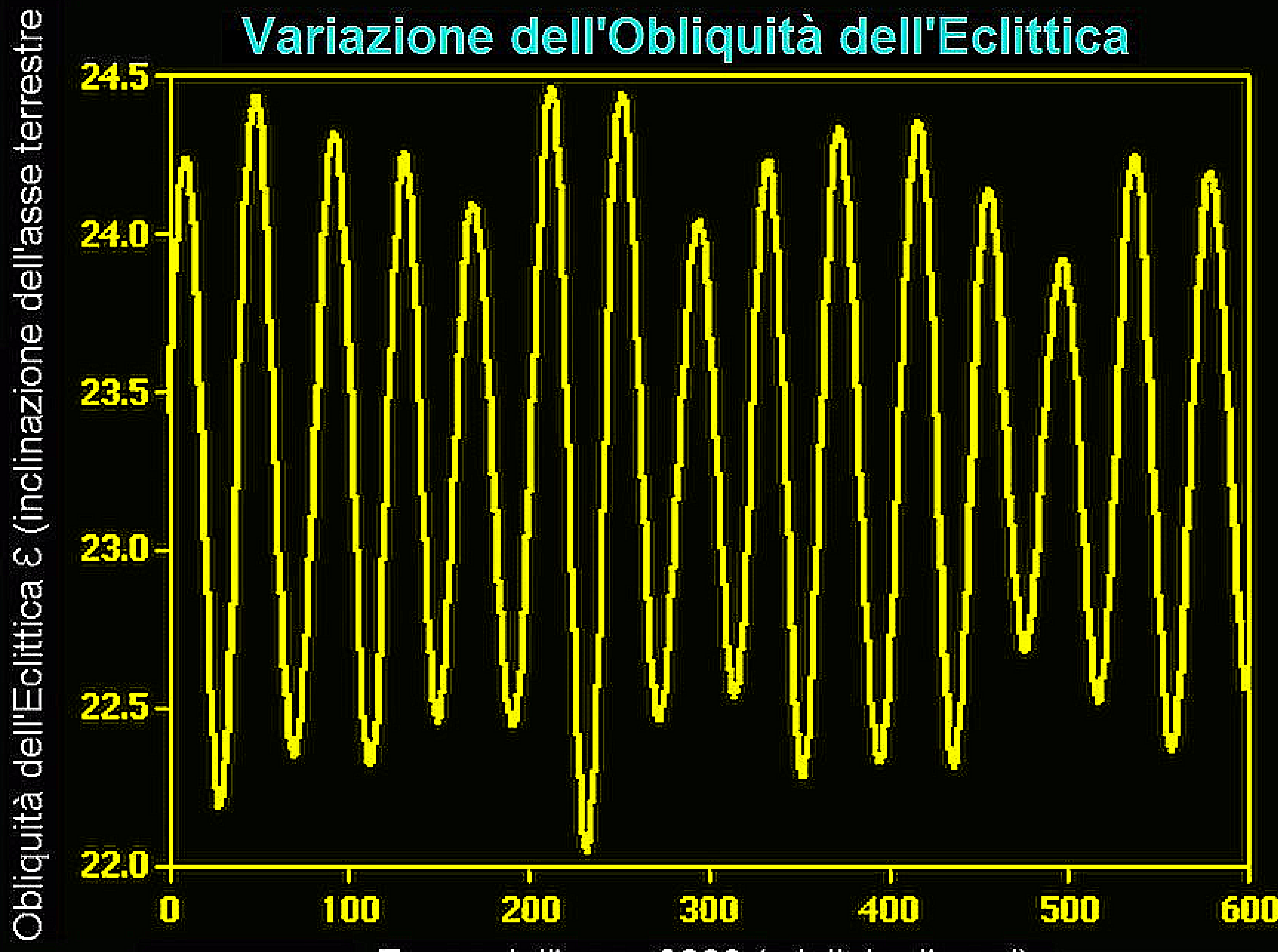
$$A_1 = -0,860$$

$$\omega = 0,0087777 \ \text{°/anno}$$

$$\phi = 13°,69324$$

Il periodo di variazione dell'obliquità dell'eclittica è:

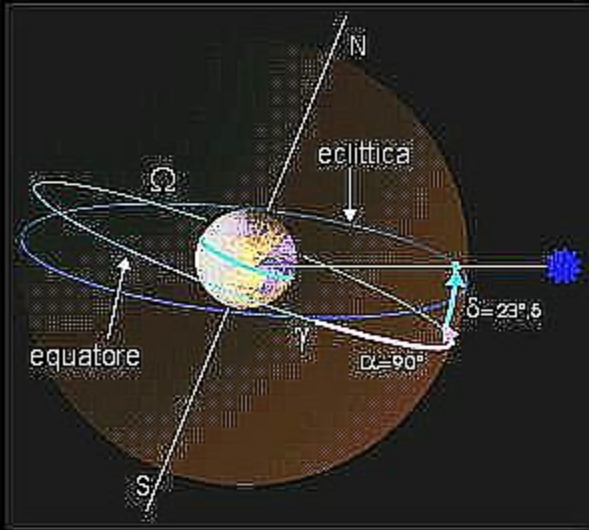
$$P_\omega = \frac{360°}{\omega} = 41013,07 \text{ anni solari tropici}$$

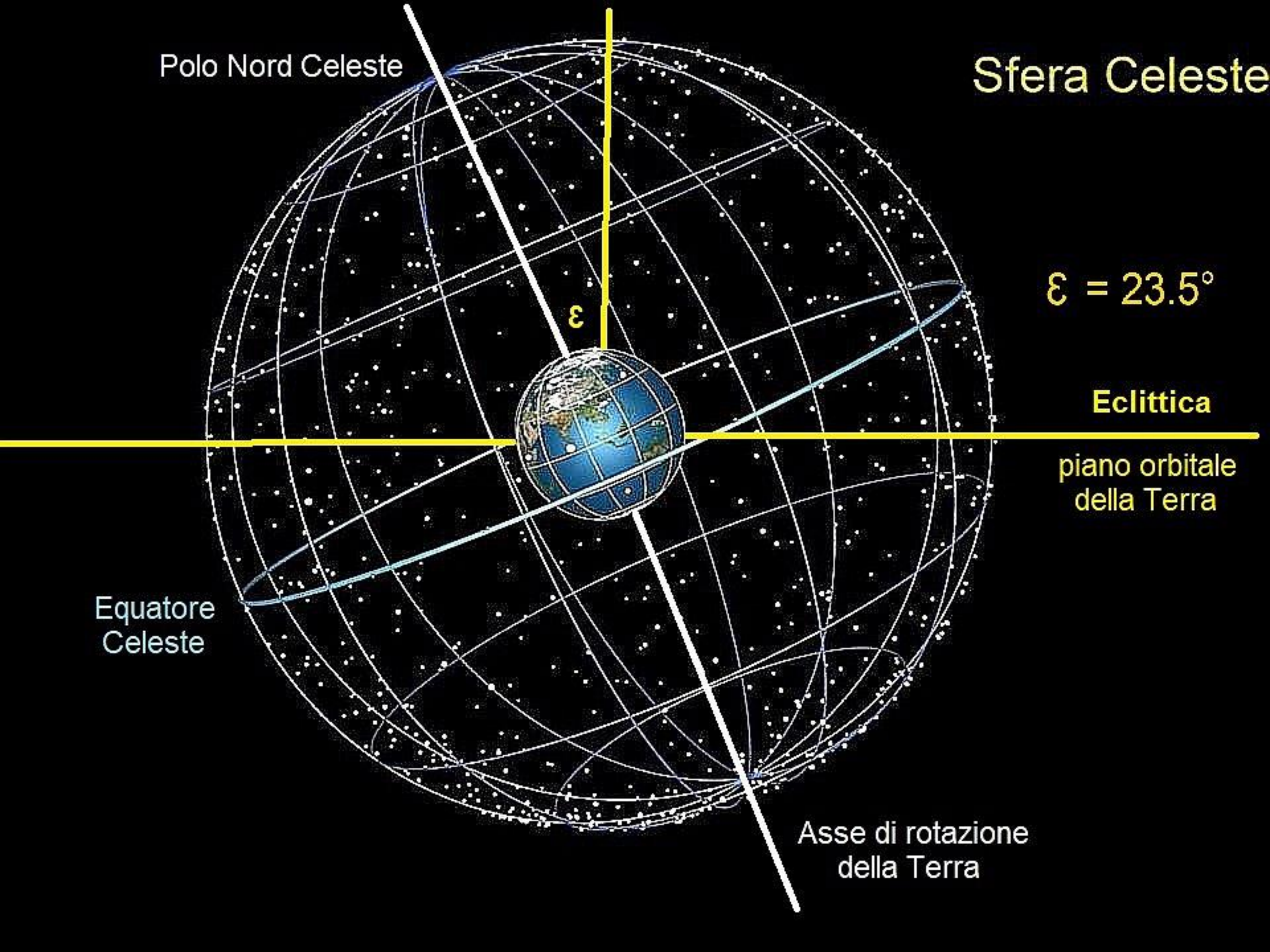


Variazione dell'Obliquità dell'Eclittica
Obliquità dell'Eclittica ε (inclinazione dell'asse terrestre
24.5
24.0
23.5
23.0
22.5
22.0
0
100
200
300
400
500
600
Epoca dall'anno 2000 (migliaia di anni)

L'inclinazione dell'asse della Terra (Obliquità dell'Eclittica)

Periodo = 41013 anni (con la Luna)
400000 anni (senza Luna)




Sfera Celeste
Polo Nord Celeste
ε
ε = 23.5°
Eclittica
piano orbitale
della Terra
Equatore
Celeste
Asse di rotazione
della Terra

Frazione di Sfera Celeste visibile

φ Latitudini (gradi)	V% Frazione di cielo visibile tutto l'anno %	F% Frazione di cielo visibile nel corso del-l'anno %	V% Frazione di cielo invisibile tutto l'anno %
0 (equatore)	0	100	0
10	1	99	1
20	3	97	3
30	7	93	7
40	12	88	12
50	18	82	18
60	25	75	25
70	33	67	33
80	41	59	41
90	50	50	50

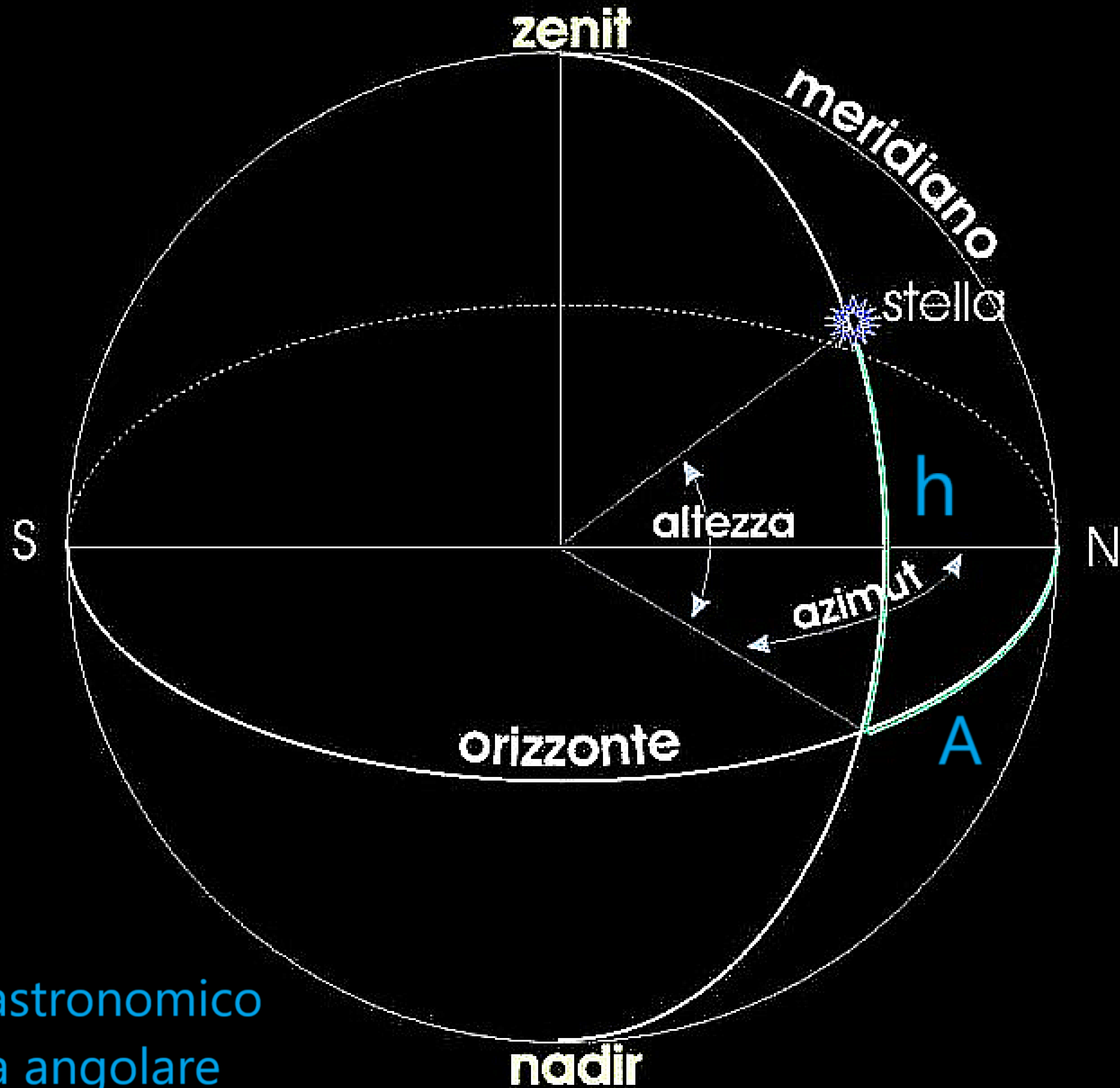
$$F\% = 50\cdot(1+\cos(\varphi))$$

$$V\% = 50\cdot(1-\cos(\varphi))$$

Sistemi di Coordinate Astronomiche

- Sistema Altazimutale
- Sistema Orario
- Sistema Equatoriale
- Sistema Eclittico
- Sistema Galattico

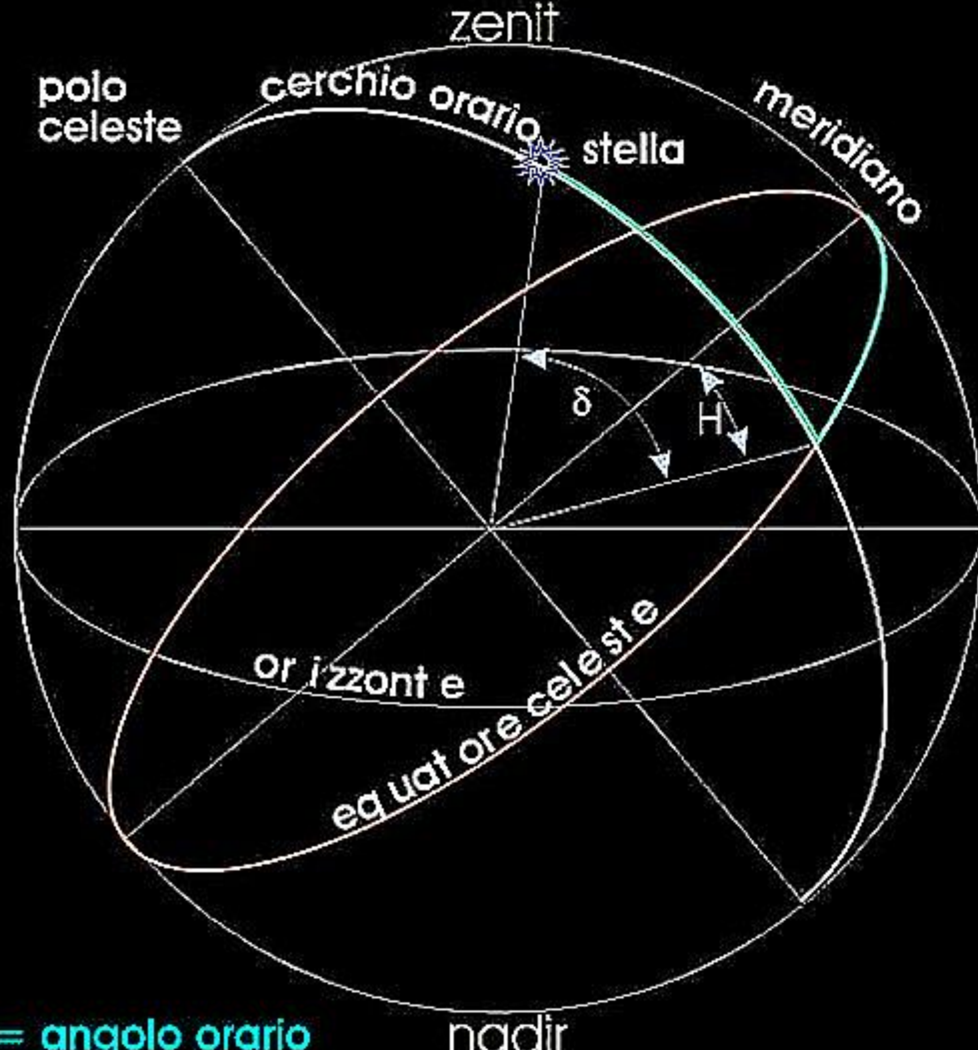
Coordinate Altazimutali



A = Azimut astronomico

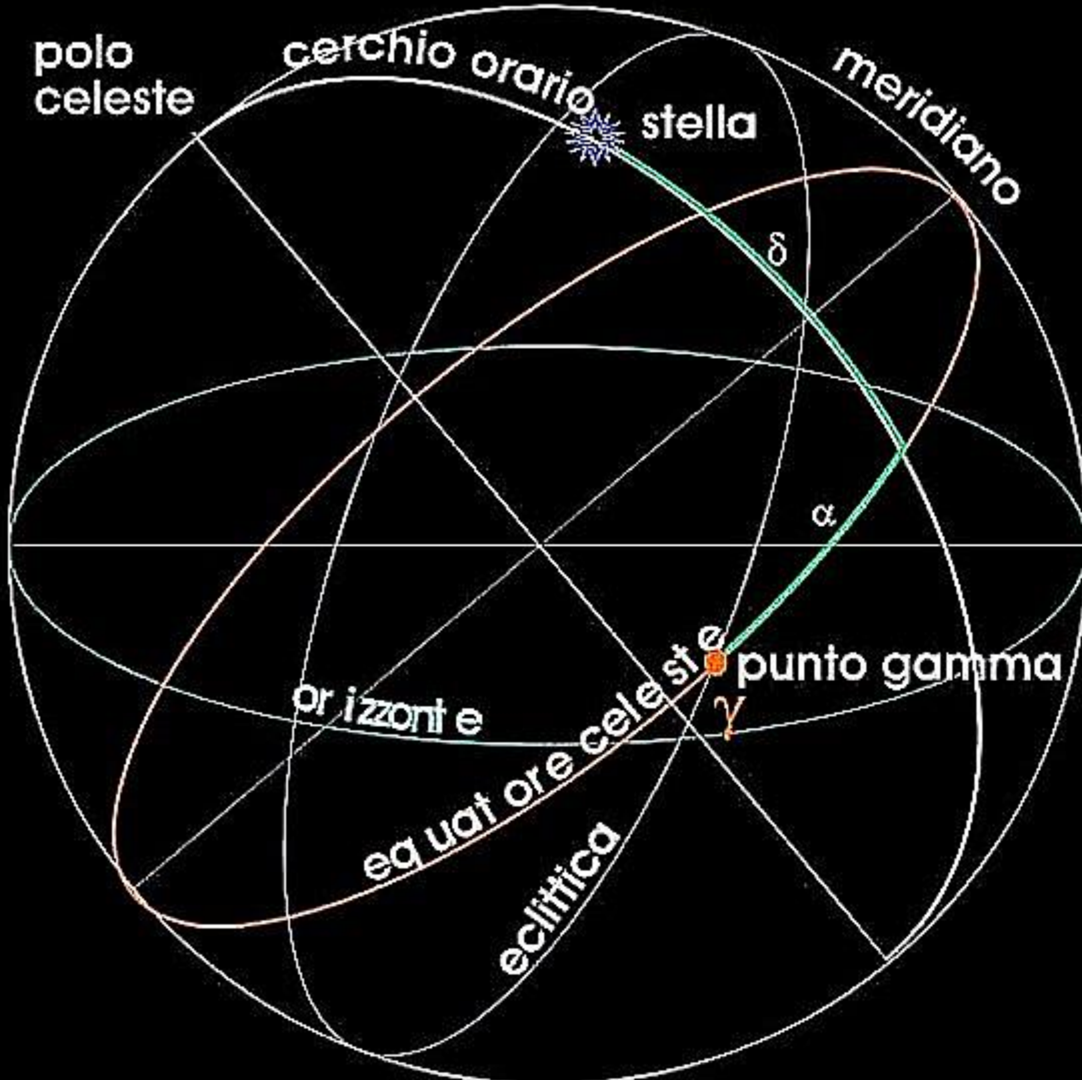
h = Altezza angolare

Coordinate Equatoriali Orarie



H = angolo orario
δ = declinazione

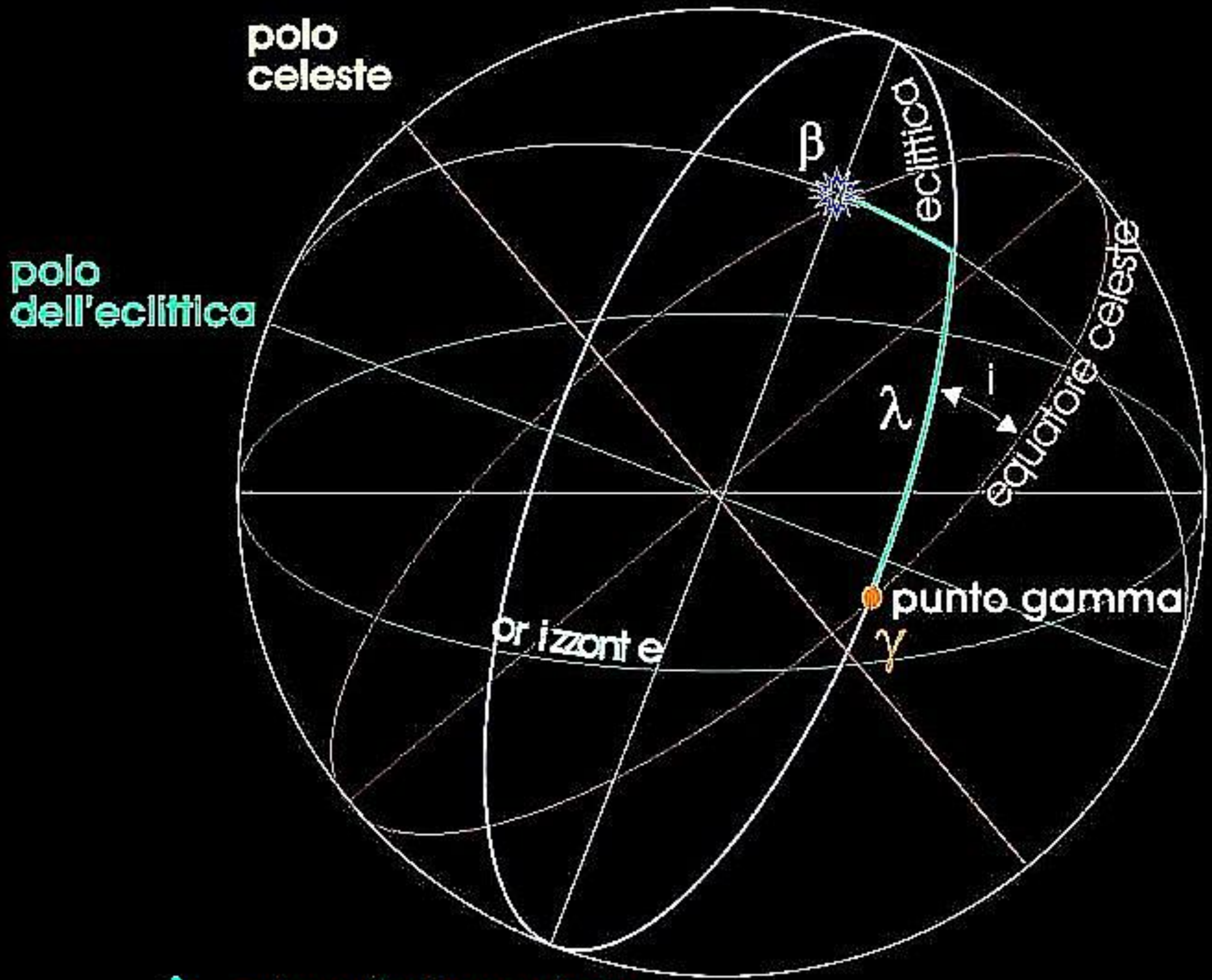
Coordinate Equatoriali



α = ascensione retta

δ = declinazione

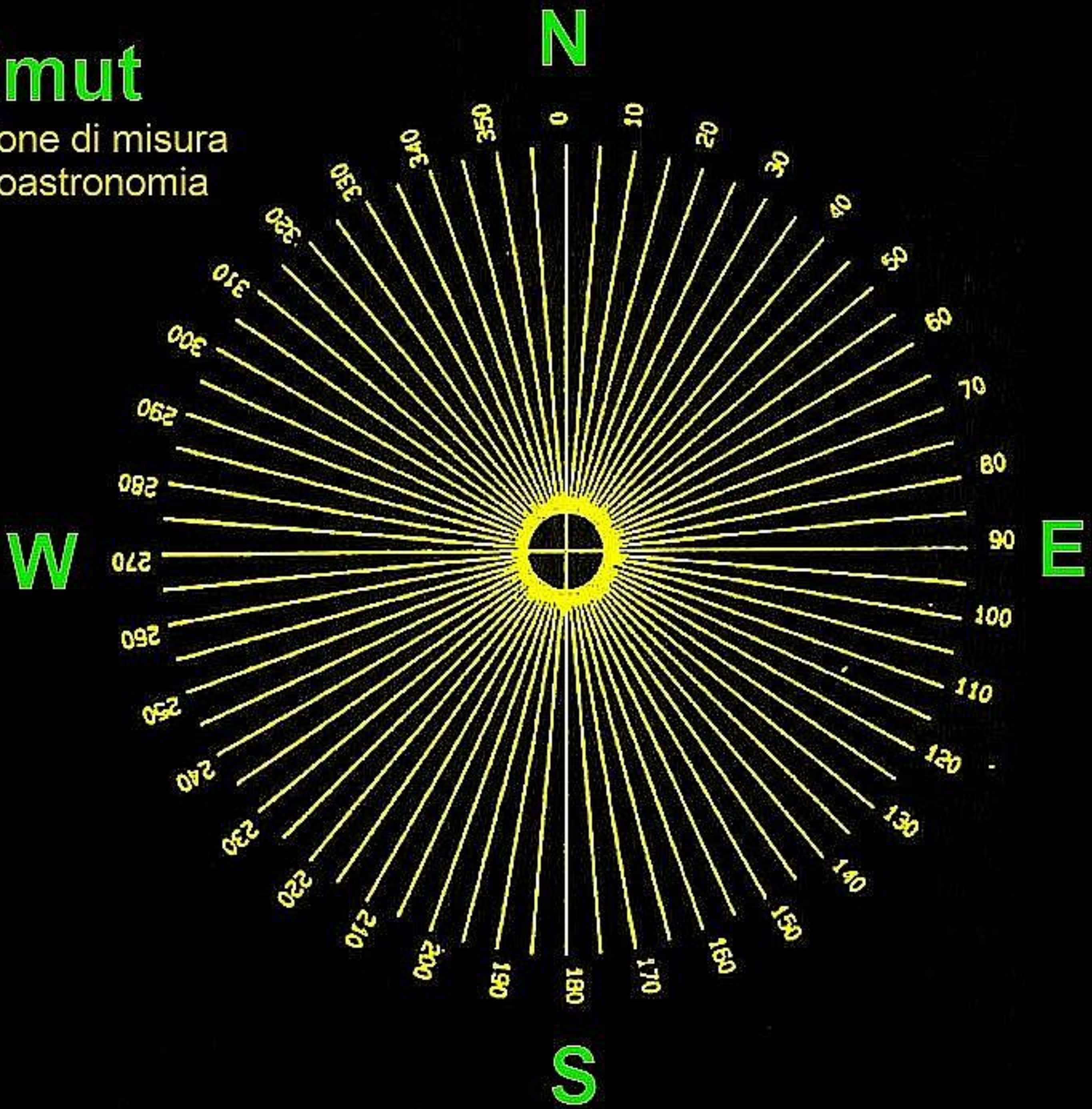
Coordinate Eclittiche



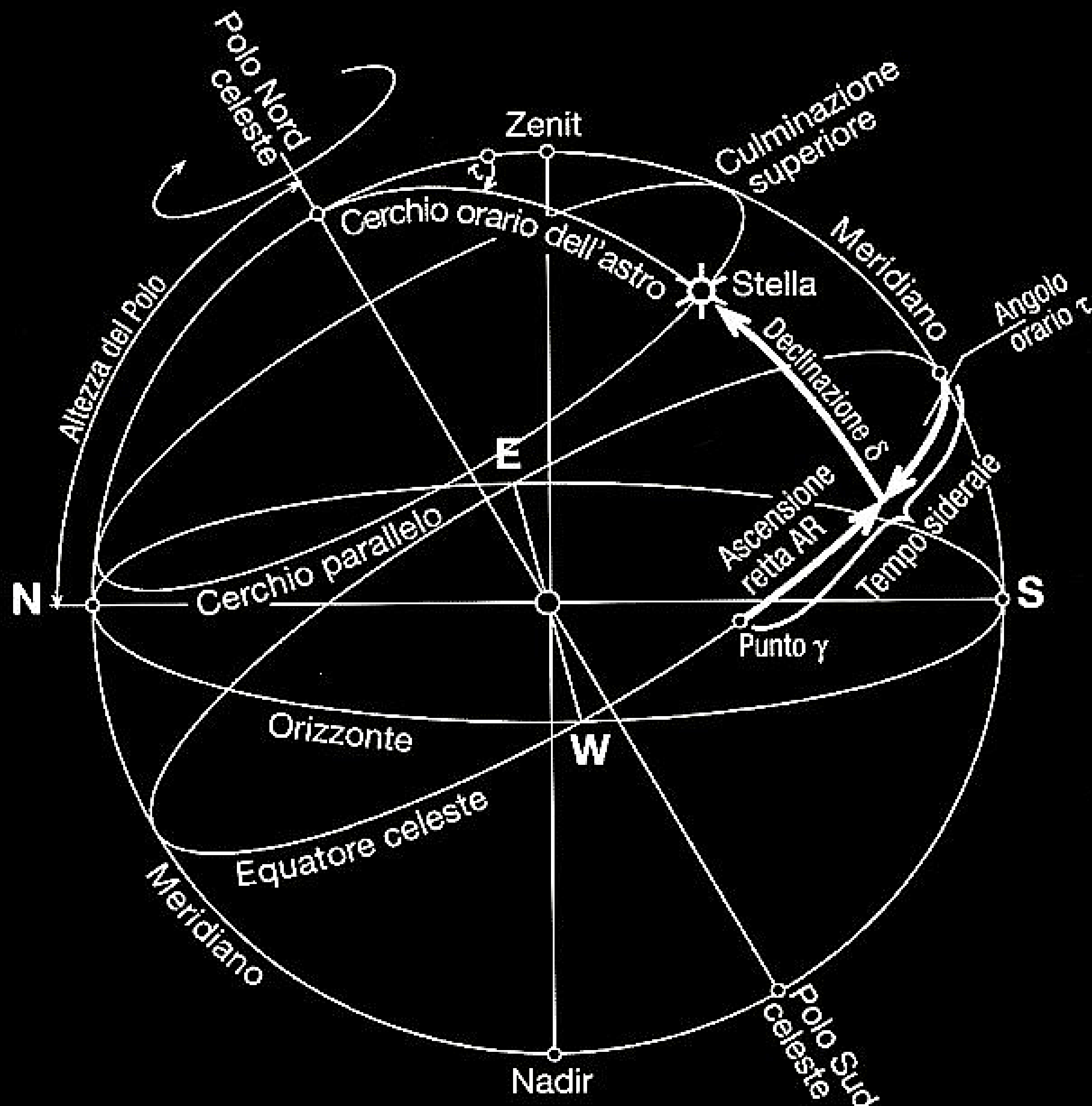
λ = longitudine celeste
β = latitudine
i = Inclinazione eclittica su equatore celeste: 23°,5

Azimut

Convenzione di misura
in Archeoastronomia



Coordinate Equatoriali



H = Angolo Orario

H = (Tempo siderale - Ascensione Retta)

$H_{\odot} = 15^{\circ} \cdot (\text{ora} - 12^{h})$ Sole

$H_{*} = 15^{\circ} \cdot (\text{ora} - h_{T})$ altri astri

h_T = ora di transito al meridiano della stella

h_T aumenta di circa 4 minuti ogni giorno.
(24h - 23h 56m 04s)
(1 giorno solare medio - 1 giorno siderale)

Sistemi di coordinate astronomiche

Possiamo ora definire i vari sistemi di coordinate:

Coordinate Altazimutali

h = *Altezza:* altezza dell'astro (in gradi) sull'orizzonte dell'osservatore.

A = *Azimut:* distanza angolare, misurata sull'orizzonte in senso orario (verso est), tra il punto cardinale nord e l'intersezione sull'orizzonte del circolo massimo passante per lo zenit e l'astro.

Coordinate equatoriali celesti

δ = *Declinazione:* distanza angolare dell'astro dall'equatore celeste misurata positivamente se si va verso il polo nord celeste.

α, AR = *Ascensione Retta:* distanza angolare misurata sull'equatore celeste in senso antiorario a partire dal punto γ fino all'intersezione sull'equatore celeste del circolo massimo passante per il polo celeste e l'astro (circolo orario).

Le coordinate equatoriali celesti di un astro non variano nel tempo (se si prescinde dagli effetti di precessione, e nutazione, e pertanto si prestano per la costruzione di atlanti celesti).

Coordinate Orarie

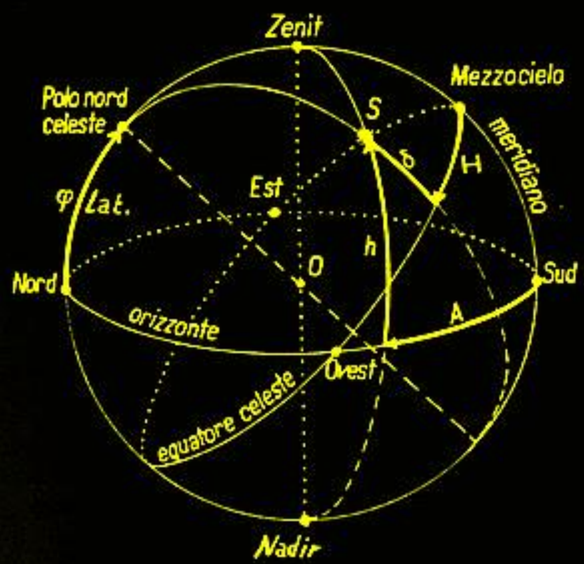
δ = *Declinazione:* definita come sopra.

H = *Angolo Orario:* distanza angolare, misurata sull'equatore celeste in senso orario, dal mezzocielo M (punto di intersezione tra il meridiano del luogo e l'equatore celeste) all'intersezione tra equatore celeste e circolo massimo passante per il polo celeste e l'astro.

L'angolo orario di un astro varia nel tempo a causa del moto di rotazione della Terra. Esso è legato all'ascensione retta della formula:

$$H = TS - \alpha$$

dove TS è il tempo siderale locale per l'istante considerato



Rappresentazione sulla sfera celeste delle coordinate altazimutali (h, A) ed orarie (δ, H).

Rappresentazione sulla sfera celeste delle coordinate equatoriali celesti (δ, AR) ed eclittiche (β, λ).

TRASFORMAZIONI DI COORDINATE

Il sistema di coordinate orarie e quello altazimutale sono legati dalle seguenti relazioni:

$$\cos h \cos A = \cos \delta \cos H \sin \varphi - \sin\delta \cos\varphi$$
$$\cos h \sin A = \cos \delta \sin H$$
$$\sin h = \cos \delta \cos H \cos \varphi + \sin \delta \sin \varphi$$

e inversamente:

$$\cos \delta \cos H = \cos h \cos A \,\mathrm{sing}\, \varphi + \sin h \cos\varphi$$
$$\cos \delta \cos H = \cos h \sin A$$
$$\sin \delta = \sin h \sin \varphi - \cos h \cos A \cos \varphi$$

indicando con φ la latitudine geografica dell'osservatore.

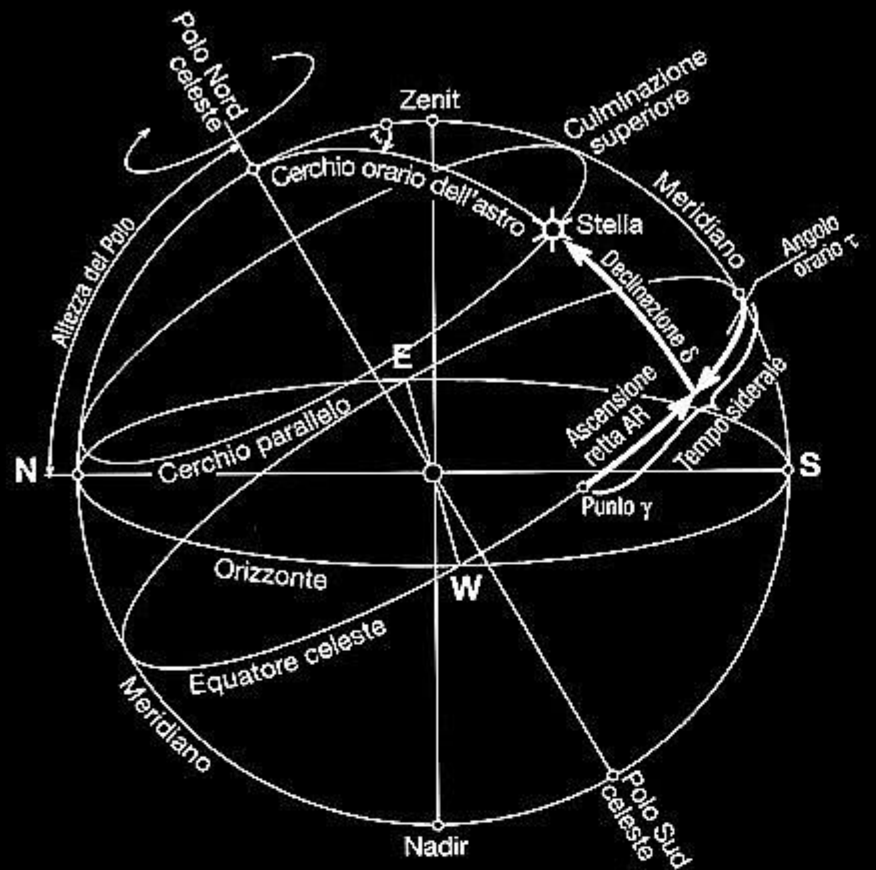
Relazione tra il Sistema di Coordinate Altazimutali e il Sistema di Coordinate Equatoriali

Il primo è il sistema Altazimutale le cui coordinate sono l'Azimut astronomico *Az*, misurato partendo dalla direzione del Nord astronomico e ruotando positivamente in senso orario verso il punto cardinale Est e l'Altezza angolare h rispetto al cerchio dell'orizzonte astronomico locale, il quale corrisponde esattamente alle condizioni di osservazione di un individuo posto ad una latitudine pari a φ che osserva un determinato astro. Il secondo sistema è quello Equatoriale le cui coordinate sono l'Ascensione Retta AR contata positivamente dal punto γ (il punto dove si trova il Sole all'Equinozio di primavera) e la declinazione δ contata tra -90° e +90° lungo il meridiano astronomico partendo dal cerchio dell'equatore celeste, proiezione dell'equatore terrestre sulla Sfera Celeste. Le formule di passaggio tra i due sistemi sono quelle di Eulero e sono le seguenti:

$$\sin(h) = \sin(\delta)\sin(\varphi) + \cos(\delta)\cos(\varphi)\cos(H)$$

$$\cos(Az) = [\sin(\delta) - \sin(\varphi)\sin(h)] / [\cos(\varphi)\cos(h)]$$

in cui H è l'angolo orario dell'astro.

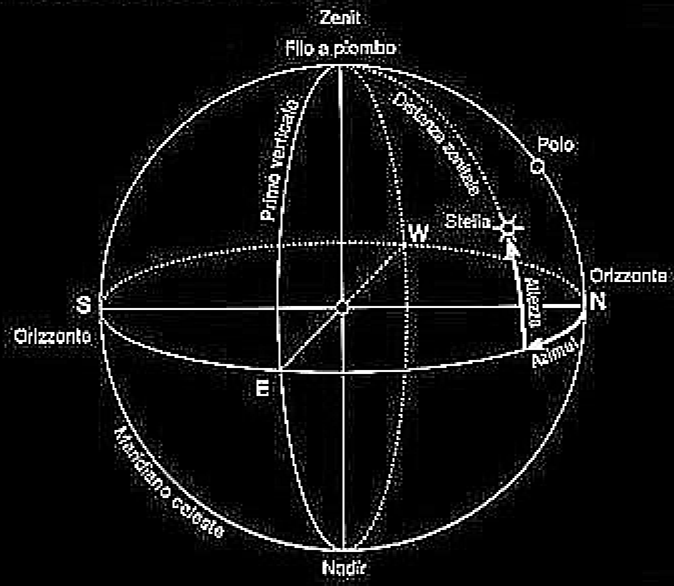


Coordinate Equatoriali celesti

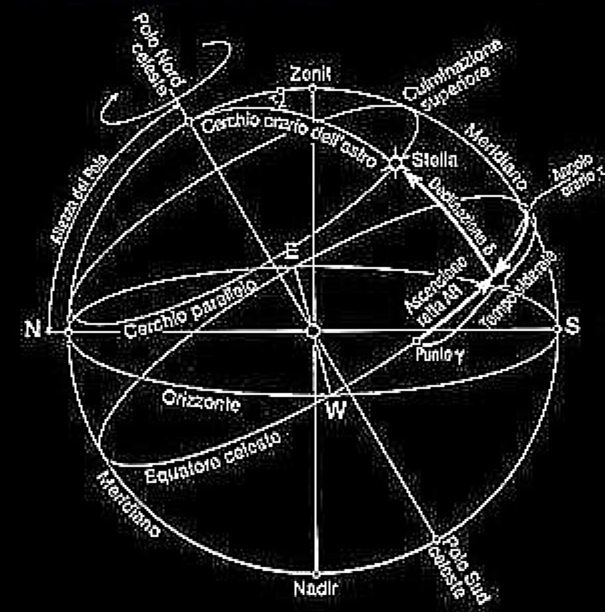
Coordinate Geografiche terrestri

Inclinazione dell'asse della Terra: ε = 23°,5

Coordinate Altazimutali



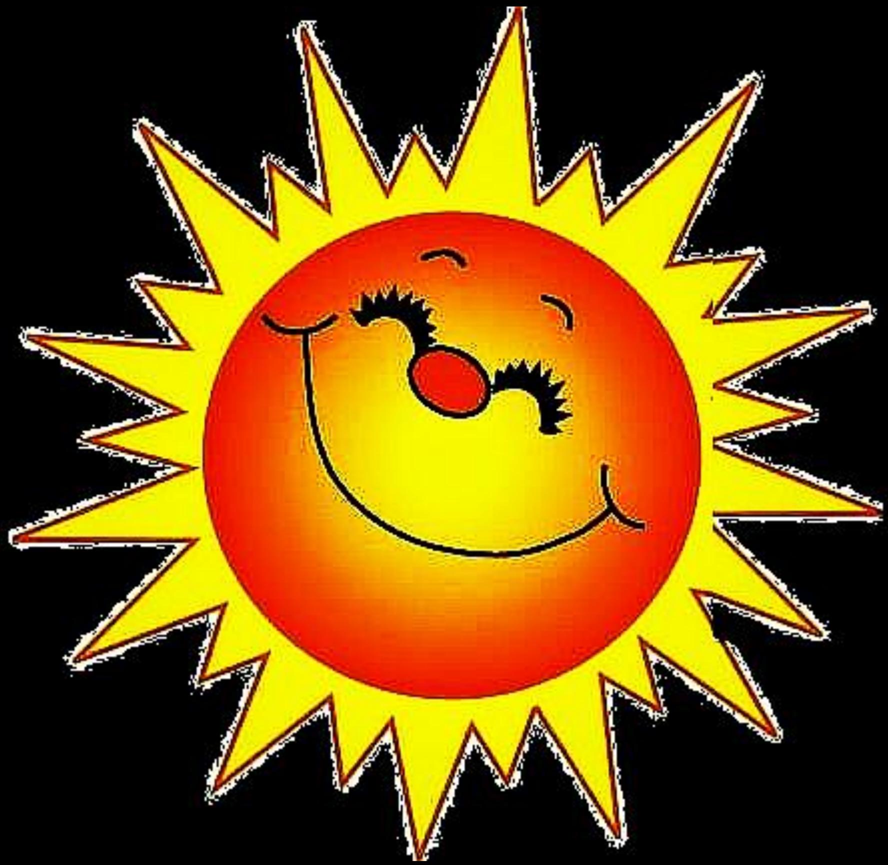
Coordinate Equatoriali



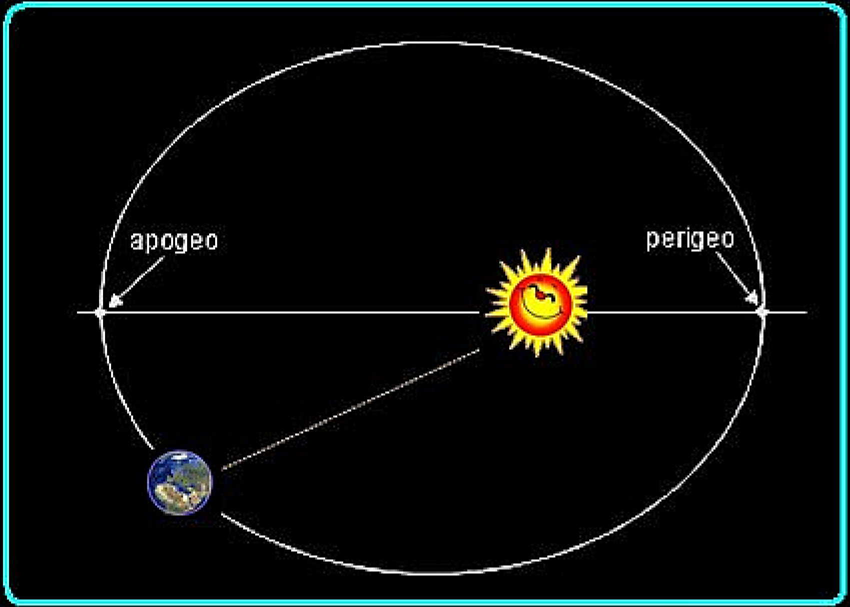
Misure ⇄ Calcoli

Risultati

Il Sole

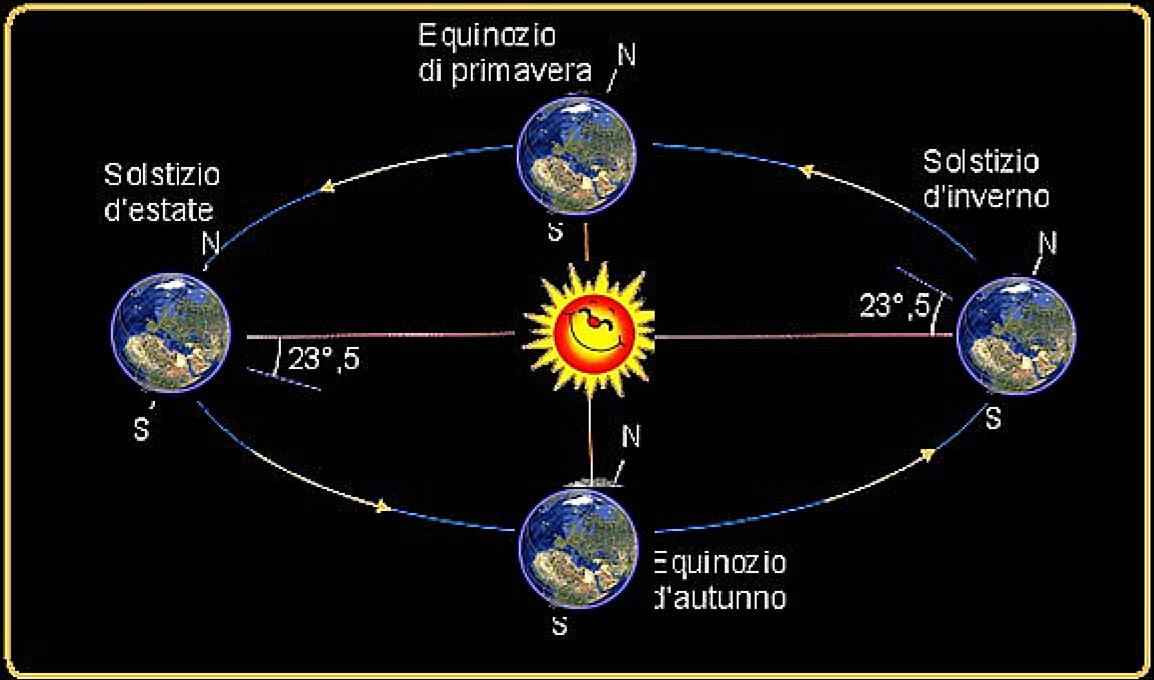


Ciclo stagionale



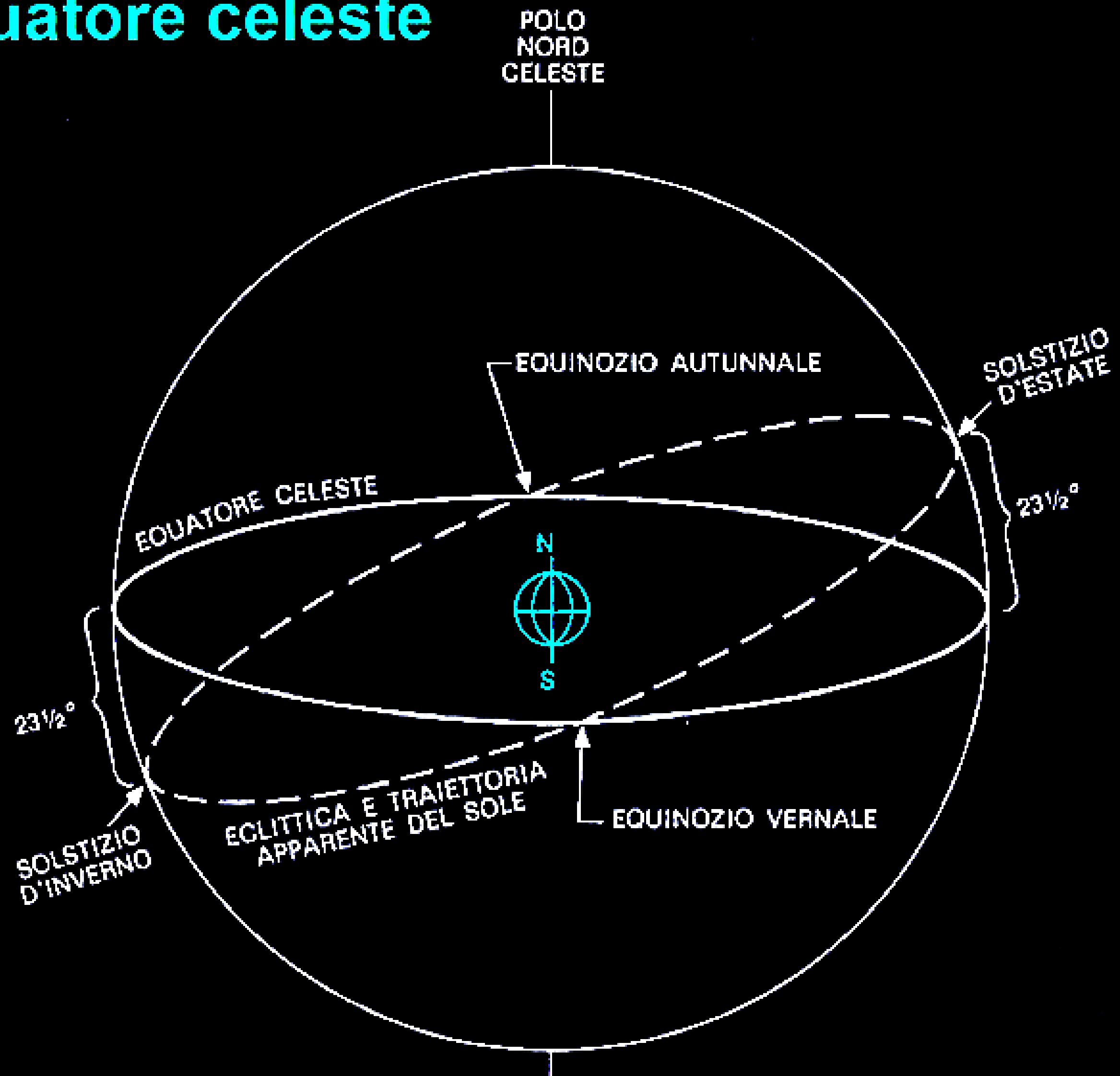
Orbita della Terra intorno al Sole

Solstizi ed Equinozi.

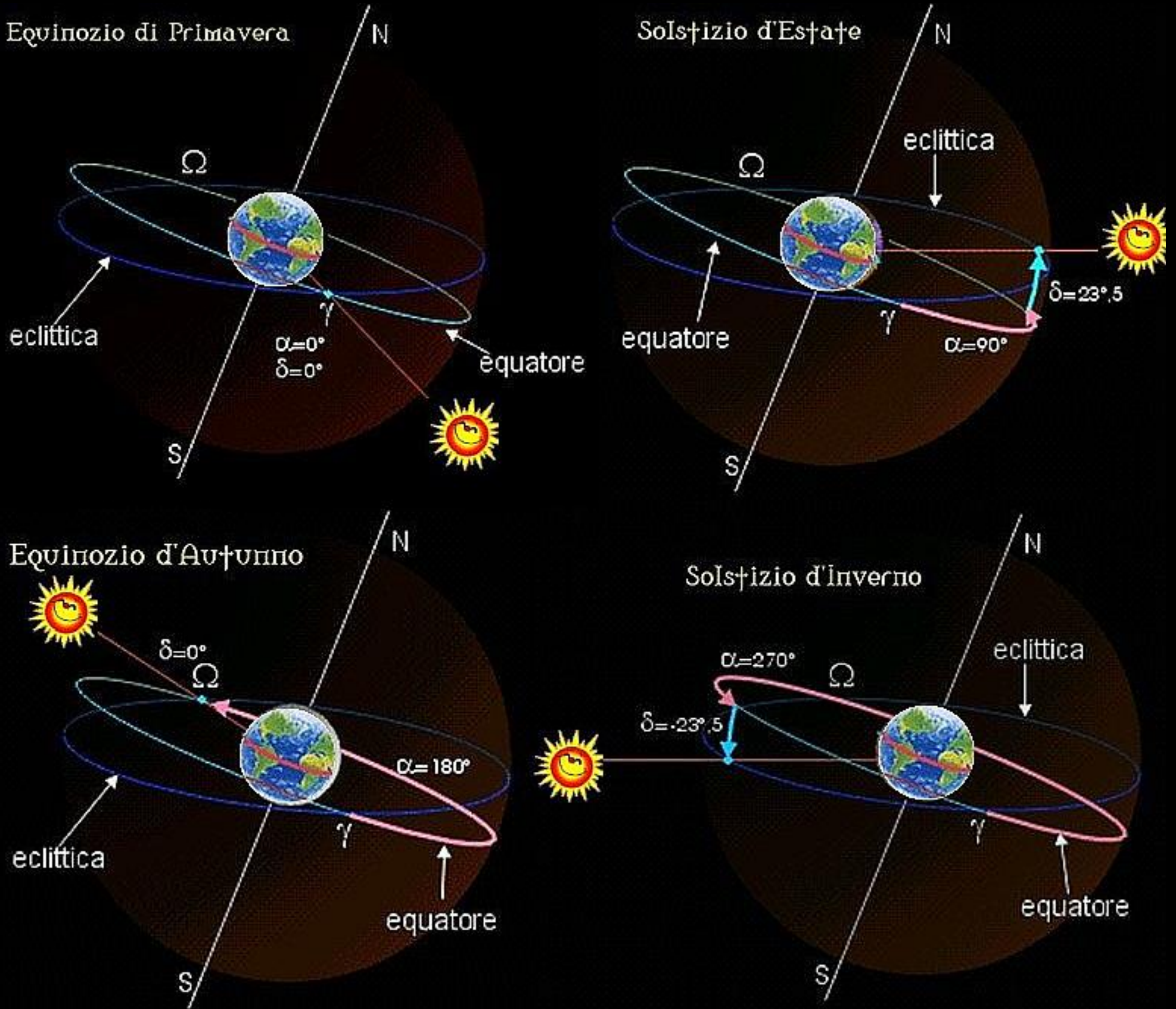


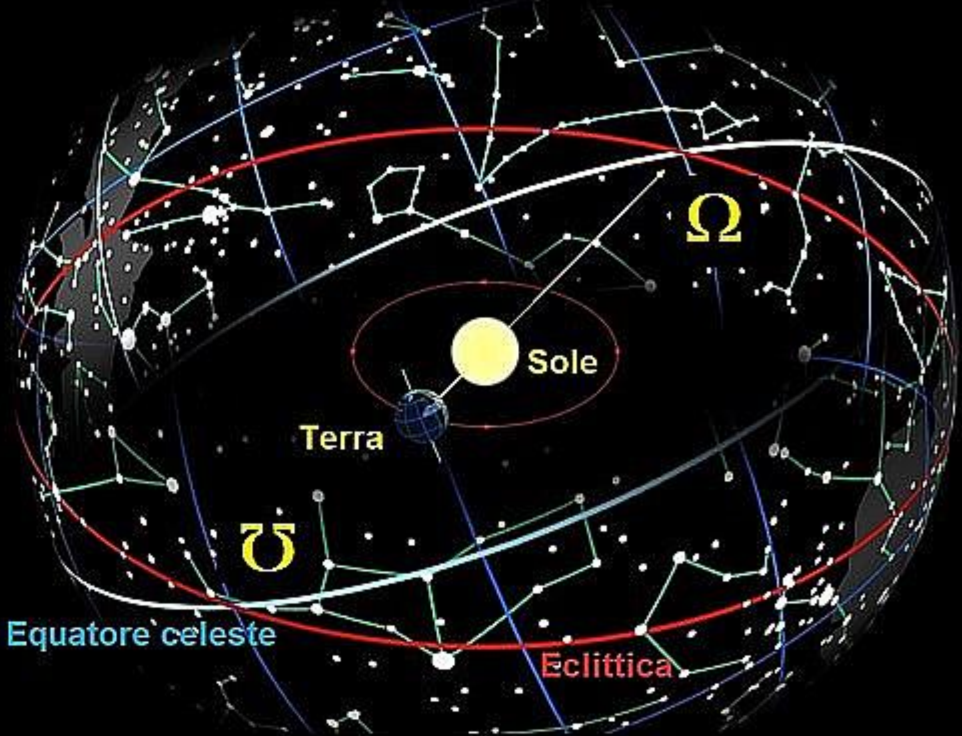
Stagioni convenzionali

Eclittica ed Equatore celeste



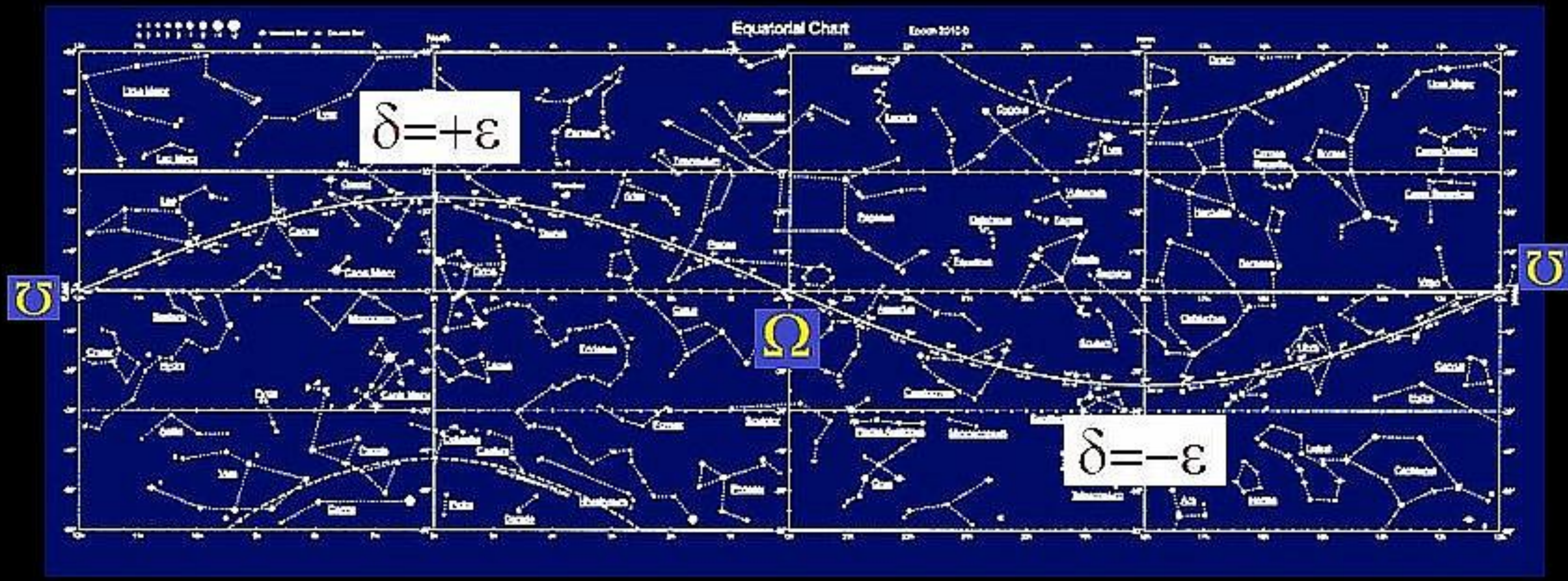
La Terra ha un'inclinazione di 23,5 gradi rispetto al piano della sua orbita attorno al Sole. Quest'orbita può essere designata anche come il piano dell'eclittica, e due volte all'anno essa interseca l'equatore celeste, in corrispondenza degli equinozi vernale e autunnale.


Equinozio di Primavera
N
Ω
eclittica
γ
α=0°
δ=0°
equatore
S
Solstizio d'Estate
N
eclittica
Ω
equatore
γ
δ=23°,5
α=90°
S
Equinozio d'Autunno
N
δ=0°
Ω
α=180°
eclittica
γ
equatore
S
Solstizio d'Inverno
N
eclittica
α=270°
Ω
δ=-23°,5
γ
equatore
S

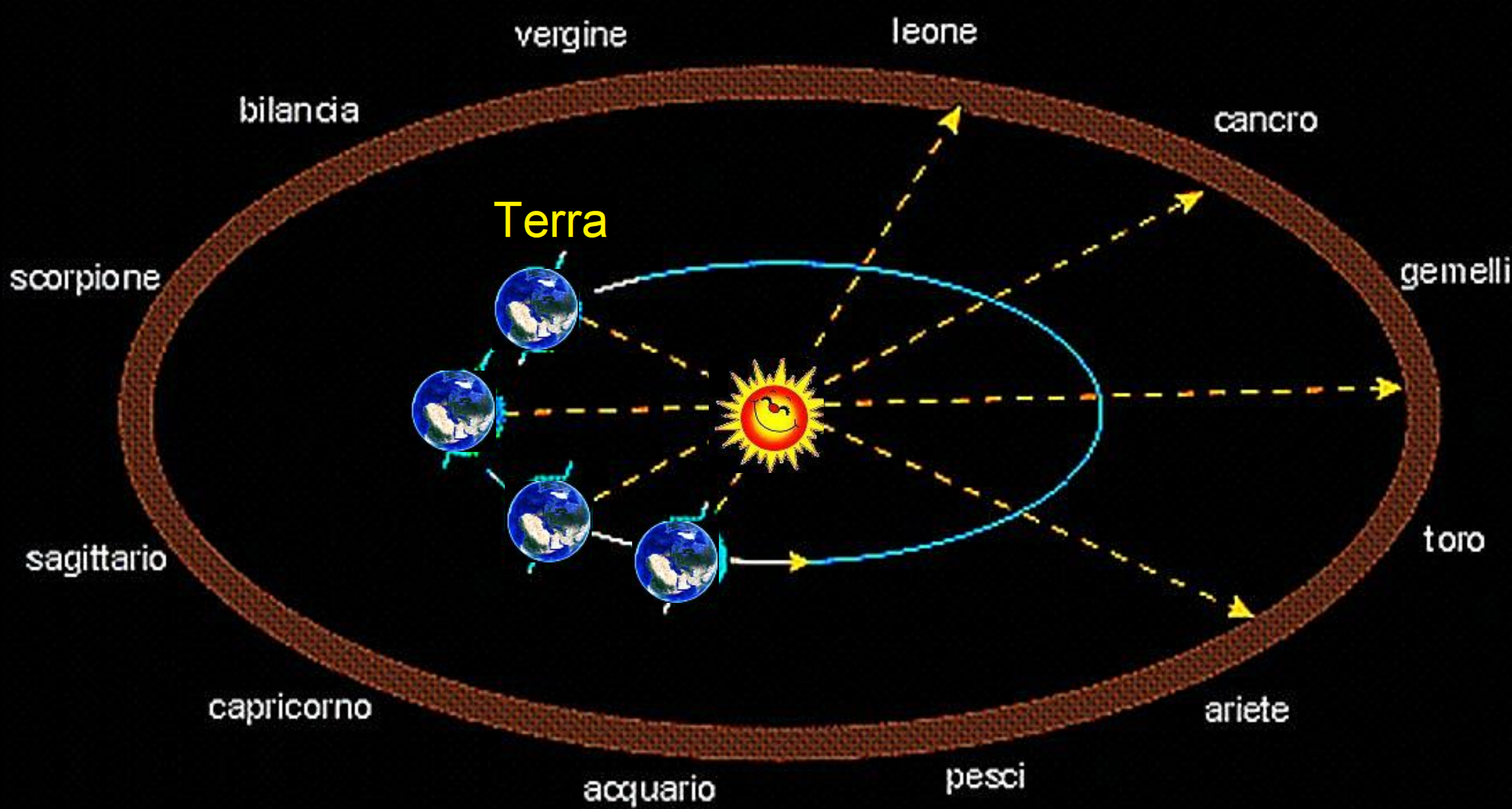


Traiettoria apparente del Sole sulla Sfera Celeste durante il corso dell'anno

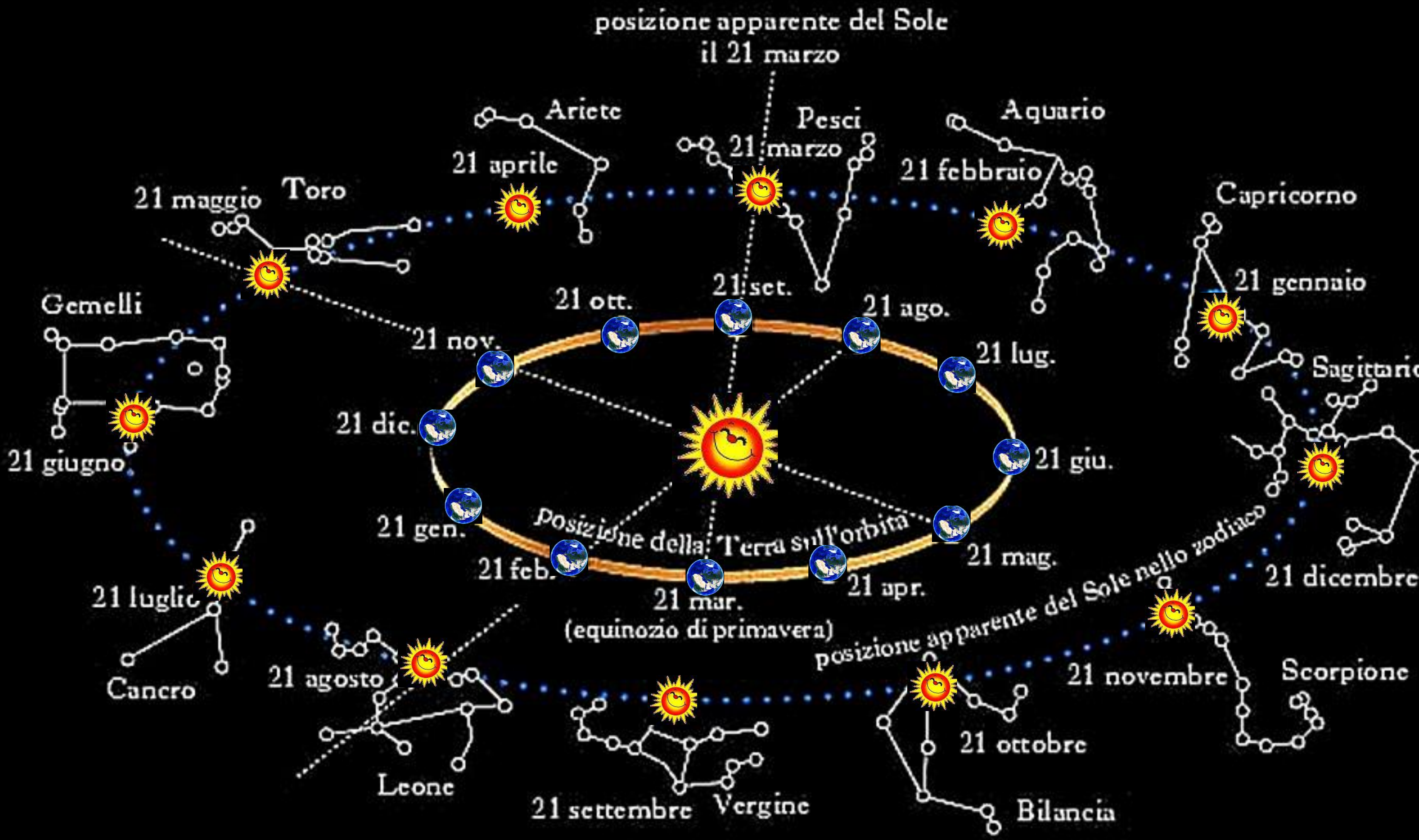
$$\varepsilon = 23.5°$$



Moto apparente annuale del Sole

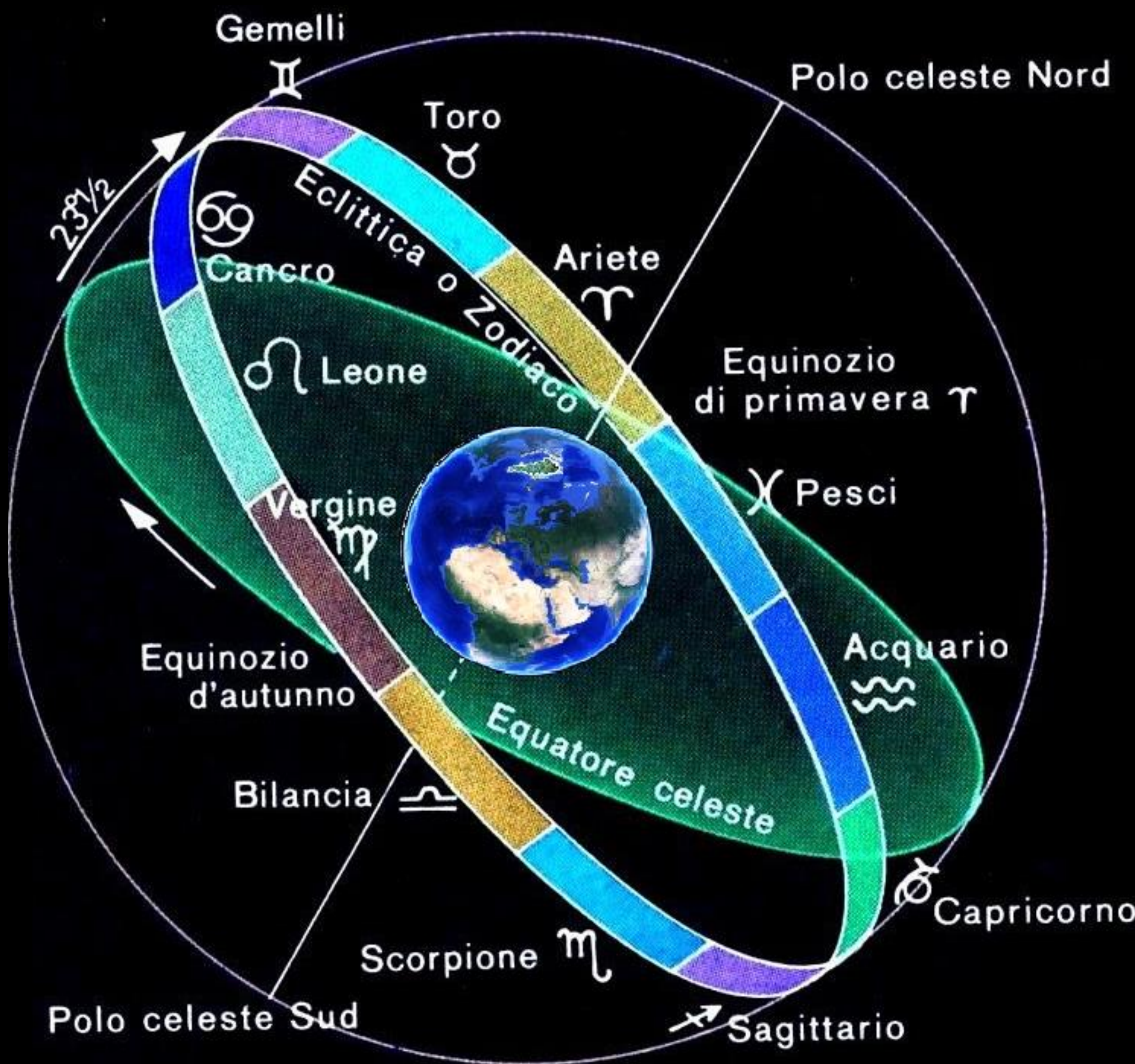


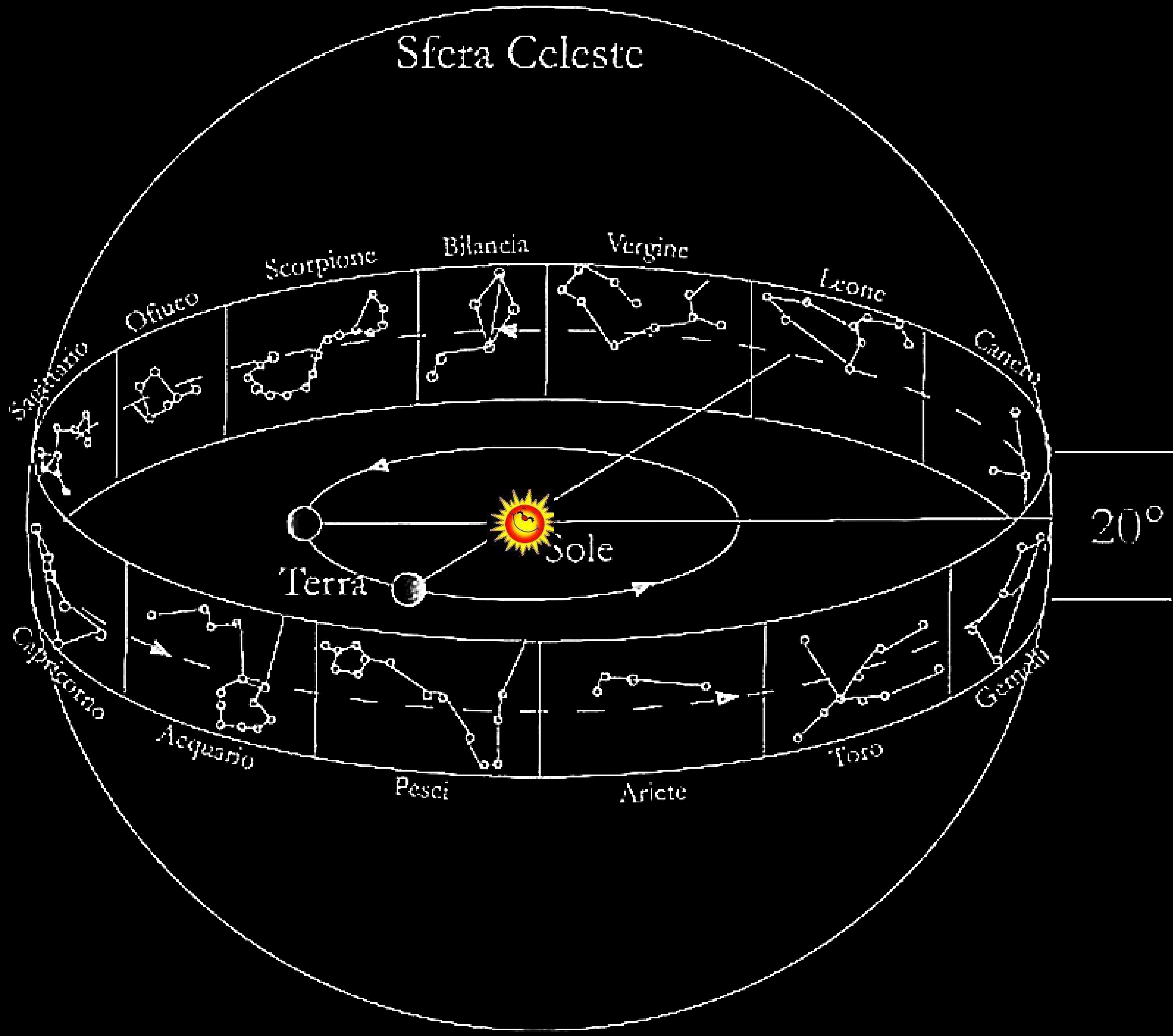
Proiezione del Sole tra le costellazioni zodiacali



Segni Zodiacali

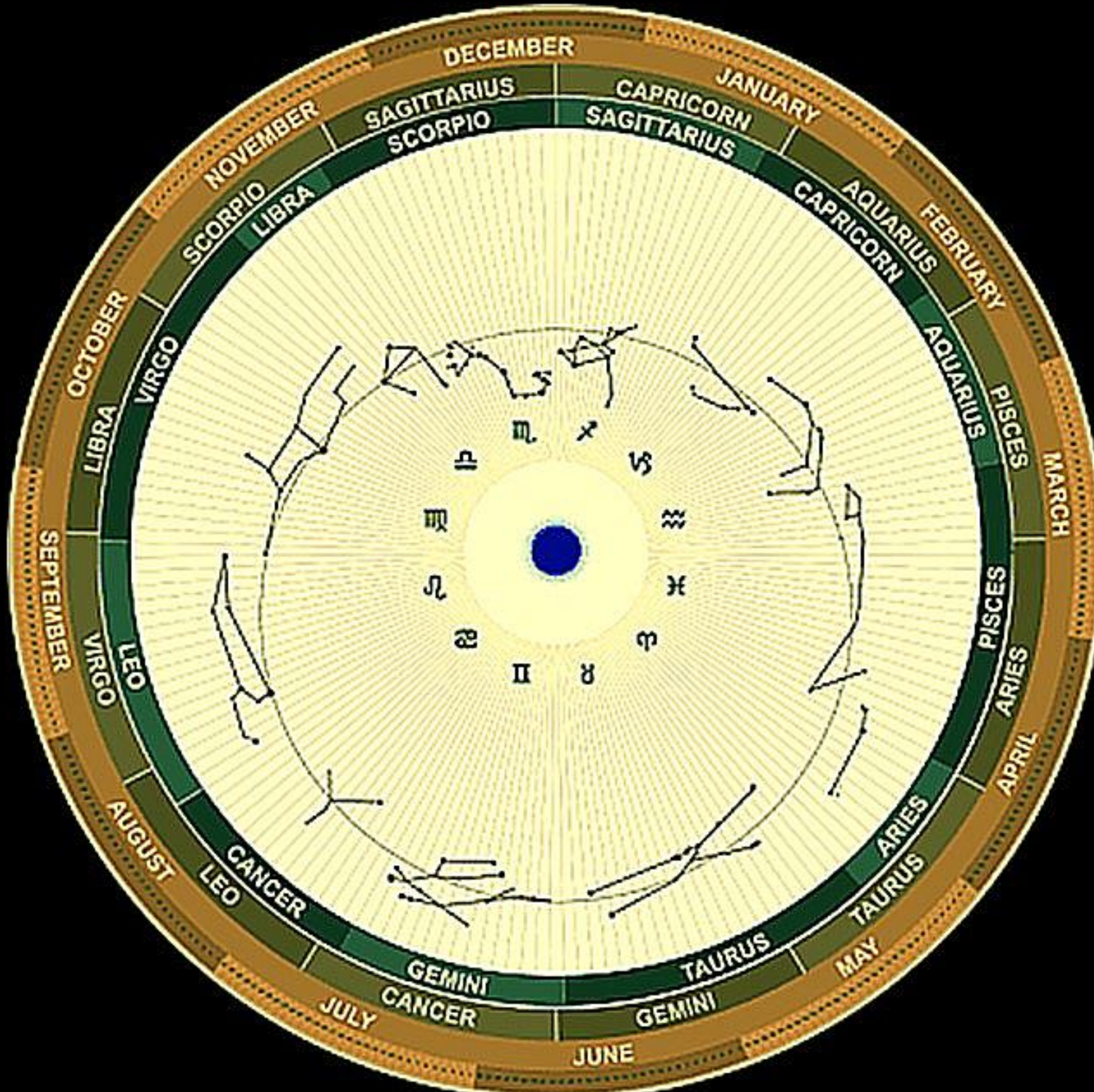
ampiezza:
Longitudine Ecl. : 30°
Latitudne Ecl. : 20°

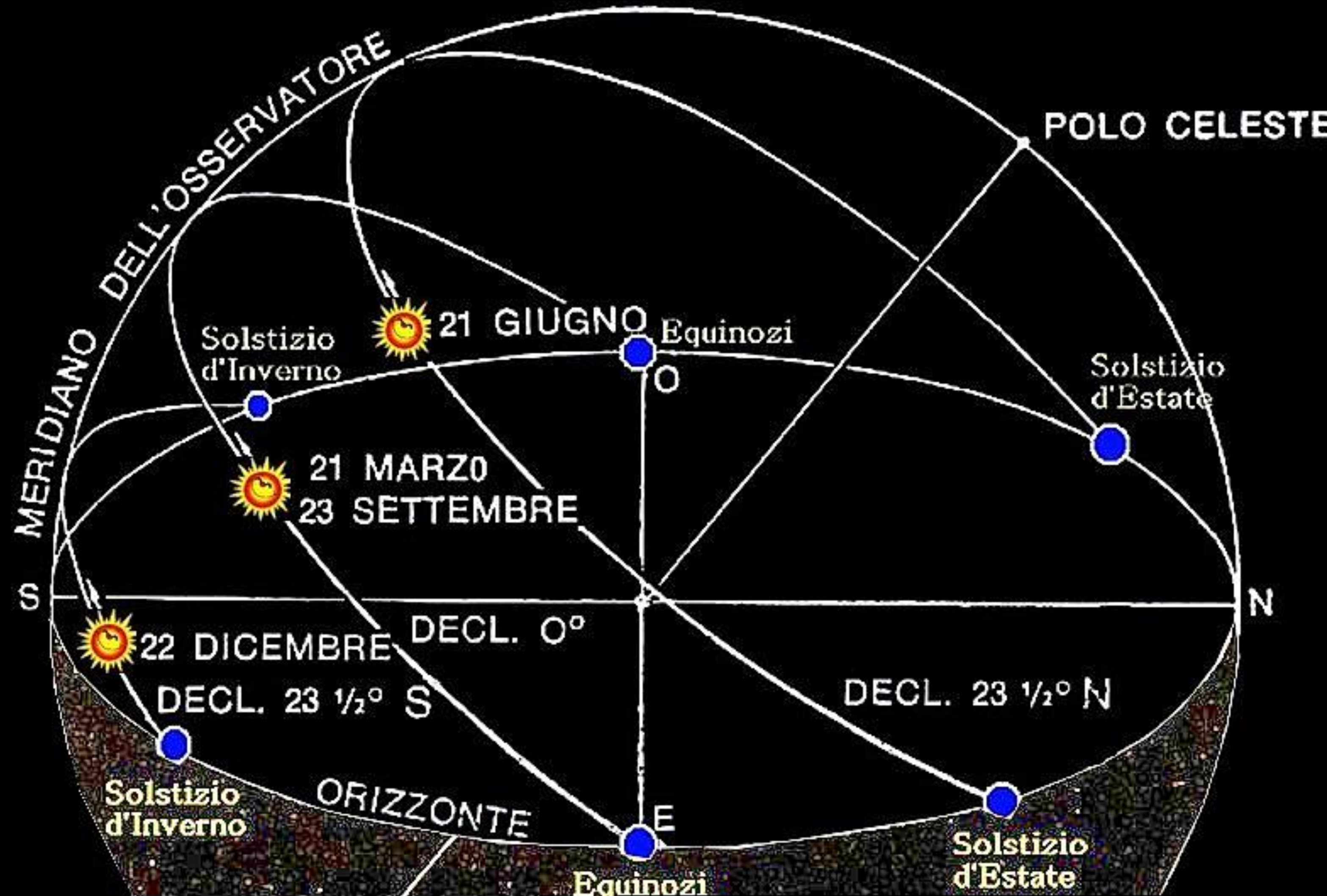




Sfera Celeste
Bilancia
Vergine
Scorpione
Leone
Ofiuco
Sagittario
Cancro
20°
Sole
Terra
Capricorno
Gemelli
Acquario
Toro
Pesci
Ariete

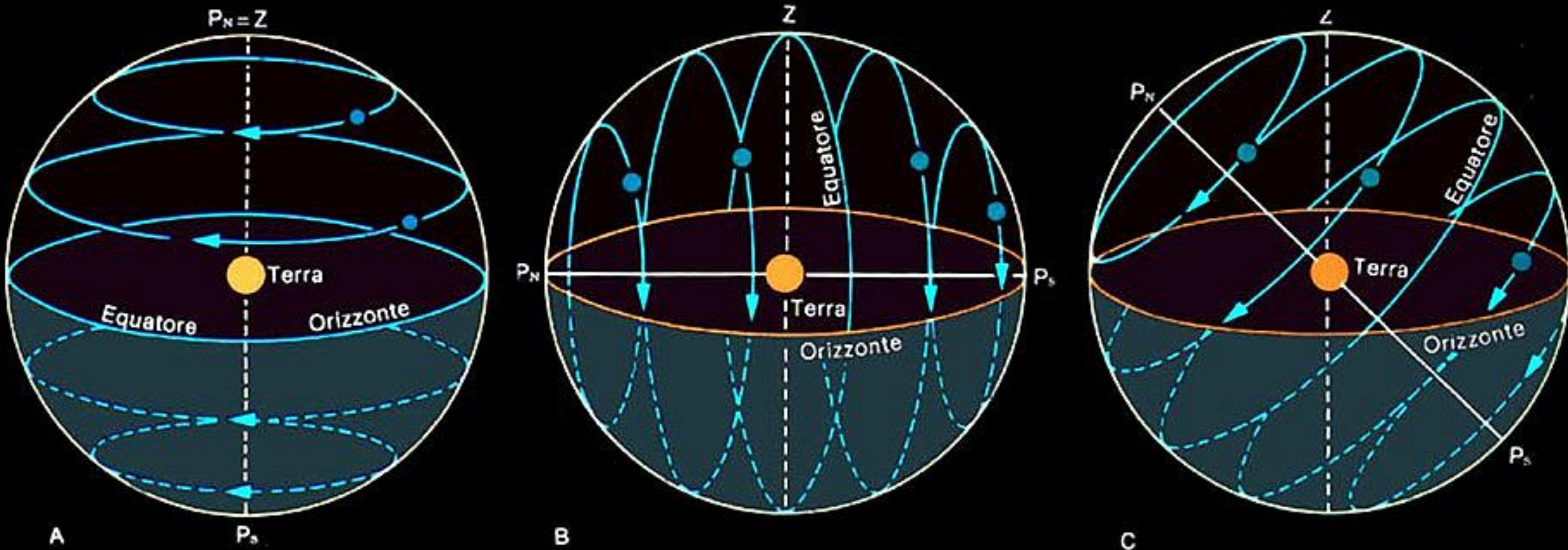
Segni zodiacali astronomici e astrologici





Traiettorie apparenti del Sole a 45° di latitudine geografica nord

La sfera celeste da varie latitudini



Polo Nord

Equatore

Latitudine 45°

inclinazione delle traiettorie rispetto all'orizzonte:

$$i = 90° - \varphi$$

Azimut Astronomico del Sole

$$H_\odot = 15° \cdot (GMT - 12^h) - \lambda - 15° \cdot EOT$$

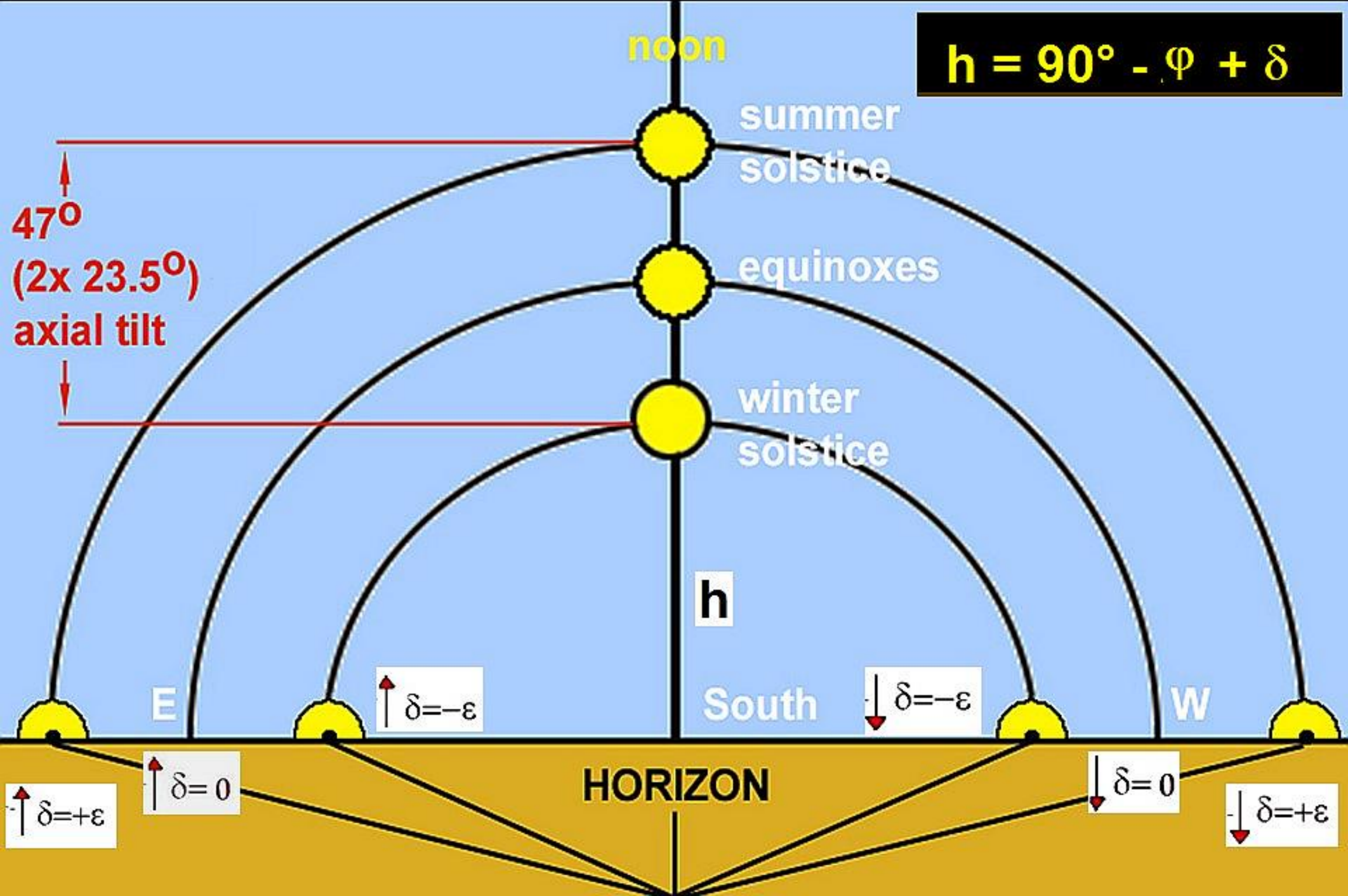
$$h_\odot = \arcsin(\sin(\varphi) \cdot \sin(\delta_\odot) + \cos(\varphi) \cdot \cos(\delta_\odot) \cdot \cos(H_\odot))$$

$$Az_\odot = \arccos\left(\frac{\sin(\delta_\odot) - \sin(\varphi) \cdot \sin(h_\odot)}{\cos(\varphi) \cdot \cos(h_\odot)}\right)$$

dove:

$H_\odot$ = Angolo orario del Sole
GMT = Ora riferita al meridiano di Greenwich
φ = Latitudine geografica del sito
λ = Longitudine geografica del sito
EOT = Equazione del Tempo (in ore)
$\delta_\odot$ = Declinazione del Sole
$h_\odot$ = Altezza del Sole
$Az_\odot$ = Azimut del Sole

Culminazione Solare



Azimut Astronomico di sorgere del Sole:

$$Az = \arccos\left(\frac{\sin(\delta_\odot) - \sin(\varphi)\cdot\sin(hr)}{\cos(\varphi)\cdot\cos(hr)}\right)$$

Azimut Astronomico di tramontare del Sole:

$$Az = \arccos\left(\frac{\sin(\delta_\odot) - \sin(\varphi)\cdot\sin(hs)}{\cos(\varphi)\cdot\cos(hs)}\right)$$

dove:

φ = Latitudine geografica

$\delta_\odot$ = Declinazione del Sole

hr = Altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale nella direzione di levata del Sole

hs = Altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale nella direzione del tramonto del Sole

Declinazione del Sole durante l'anno

Approssimazione accurata della declinazione geocentrica del Sole durante l'anno

Il valore della declinazione del Sole $\delta_☼$ lungo l'anno può essere approssimata con elevata accuratezza dalla seguente serie di Fourier:

$$\delta_☼ = \frac{180°}{\pi}\Big[0.006981 - 0.399912 \cdot \cos(m) + 0.070257 \cdot \mathrm{sen}(m) - 0.006758 \cdot \cos(2m) + 0.000907 \cdot \mathrm{sen}(2m) - 0.002697 \cdot \cos(3m) + 0.001480 \cdot \mathrm{sen}(3m)\Big]$$

in cui:

$$m = \frac{2\pi}{365}(n - 1)$$

dove n è il numero progressivo del giorno dell'anno contato dal 1 Gennaio.

Calcolo in radianti

Declinazione del Sole durante l'anno

Se il calcolo viene eseguito in gradi si ha:

$$\delta_{☼} = 0°.4 - 22°.913 \cdot \cos(m) + 4°.025 \cdot \sin(m) - 0°.387 \cdot \cos(2 \cdot m) + 0°.052 \cdot \sin(2 \cdot m) - 0°.155 \cdot \cos(3 \cdot m) + 0°.085 \cdot \sin(3 \cdot m)$$

in cui:

$$m = \frac{360°}{365}(n - 1)$$

il numero n può essere definito come:

$$\boxed{n = 30 \cdot m + d - 30}$$

dove m è il mese contato da Gennaio (m=1) e d è il giorno del mese.

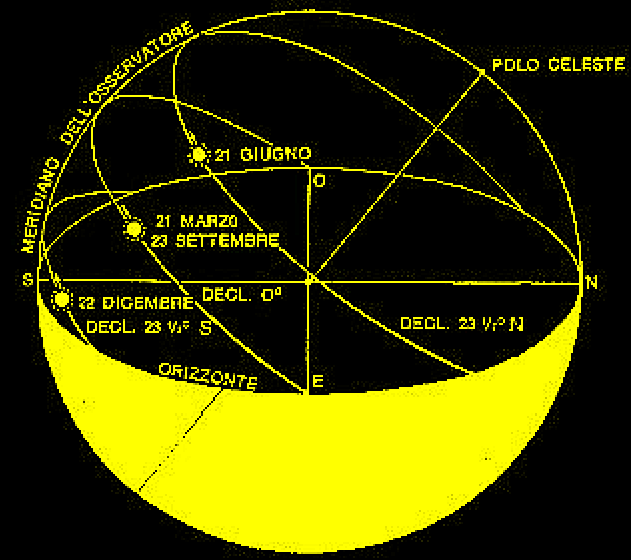
che equivale a:

$$\boxed{n = 30 \cdot (m-1) + d}$$

Declinazione del Sole durante l'anno

Avviene allora che la declinazione del Sole può essere calcolata con:

$$\boxed{\delta_{\odot}(t) = \varepsilon \cdot \sin\left(\frac{360°}{365} \cdot (t - to)\right) + \cdots}$$



oppure con:

$$\boxed{\delta_{\odot}(t) = \varepsilon \cdot \sin\left(30 \cdot m + d - to\right) + \cdots}$$

(con la funzione sin() calcolata in gradi)

dove: m = numero d'ordine del mese contato da Gennaio (Gen=1, Feb=2, ..., Dic=12)
d = numero del giorno entro il mese
ε = obliquità dell'eclittica (attualmente $\varepsilon = 23°.45$)

Di fatto il termine: $\boxed{\alpha_{\odot} = (30 \cdot m + d - to)}$

è l'ascensione retta approssimata $\alpha_{\odot}$ del Sole espressa in gradi.

Valori di ε e t_o nei secoli

Anno	ε	to (gradi)	Equinozio di Primavera
2000 d.C.	23°.439	111°	21 Marzo
1583 d.C.	23°.494	111°	21 Marzo
	(riforma gregoriana)		
1582 d.C.	23°.494	101°	11 Marzo
1000 d.C.	23°.571	105°	15 Marzo
1 d.C.	23°.700	113°	23 Marzo
1000 a.C.	23°.821	120°	30 Marzo
2000 a.C.	23°.943	128°	7 Aprile
3000 a.C.	24°.052	136°	15 Aprile
4000 a.C.	24°.144	142°	22 Aprile

$$\boxed{\delta_{\odot}(t) = \varepsilon \cdot \sin\left(30 \cdot m + d - to\right) + \cdots}$$

(con la funzione sin() calcolata in gradi)

Quindi la declinazione del Sole diventa:

$$\delta_{☼} = 23°.45 \cdot \sin(30 \cdot m + d - to)$$

Con:

$$to = 113 - \Delta \cdot Y$$

e

$$\Delta = (365^{d}.25 - 365^{d}.2422) = 0.0078 \text{ giorni/anno}$$

Valida prima della riforma gregoriana del 1582, oltre la quale $to = 111°$ costante.

L'Azimut di sorgere e di tramontare, all'orizzonte astronomico locale $(ho=0)$ corrispondenti alle declinazioni solari convenzionali sarà quindi:

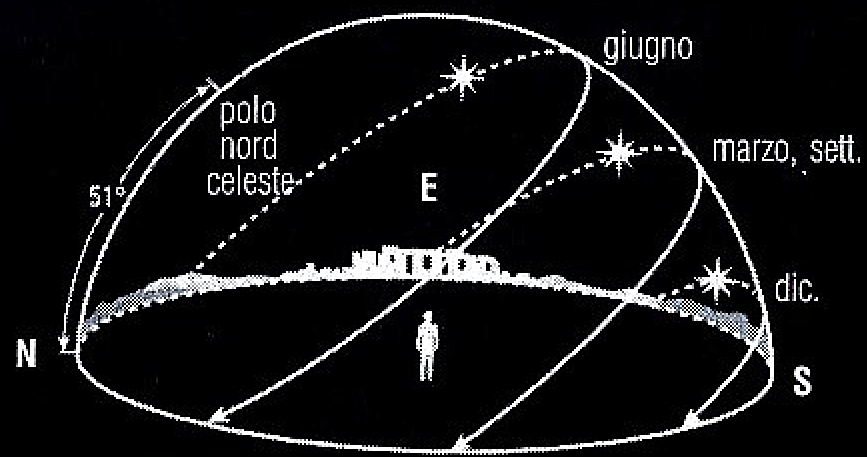
$$Az = \arccos(\sin(\delta_{☼})/\cos(\varphi))$$

Oppure:

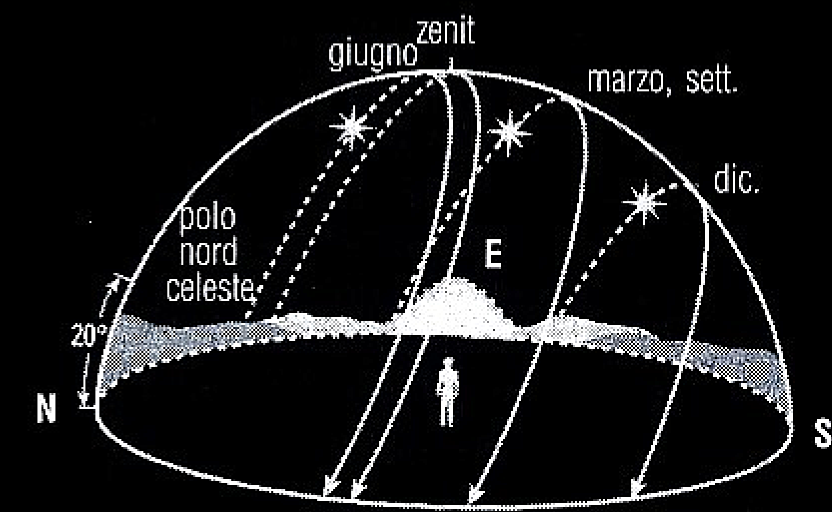
$$Az = \arccos[(\sin(\delta_{☼})-\sin(\varphi) \cdot \sin(ho)) / (\cos(\varphi)\cdot\cos(ho))]$$

Per un'altezza angolare apparente *ho* dell'orizzonte maturale locale rispetto a quello astronomico locale[2].

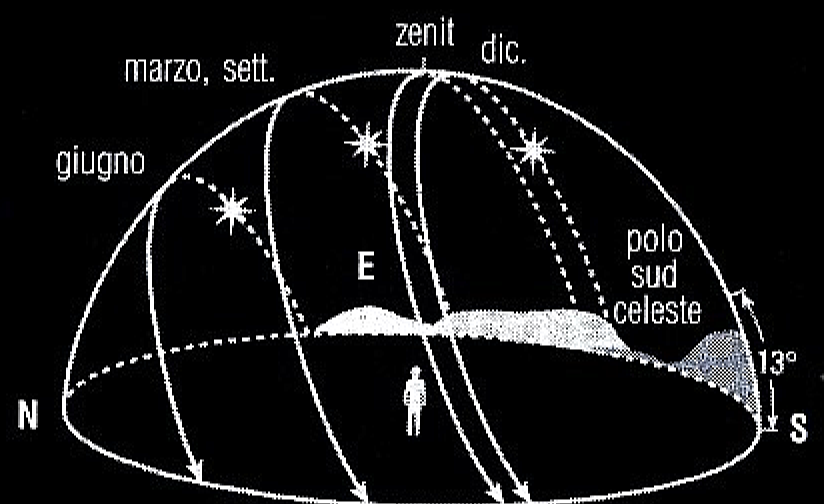
Variazione della latitudine geografica dell'osservatore



(*a*) Stonehenge (51° nord)



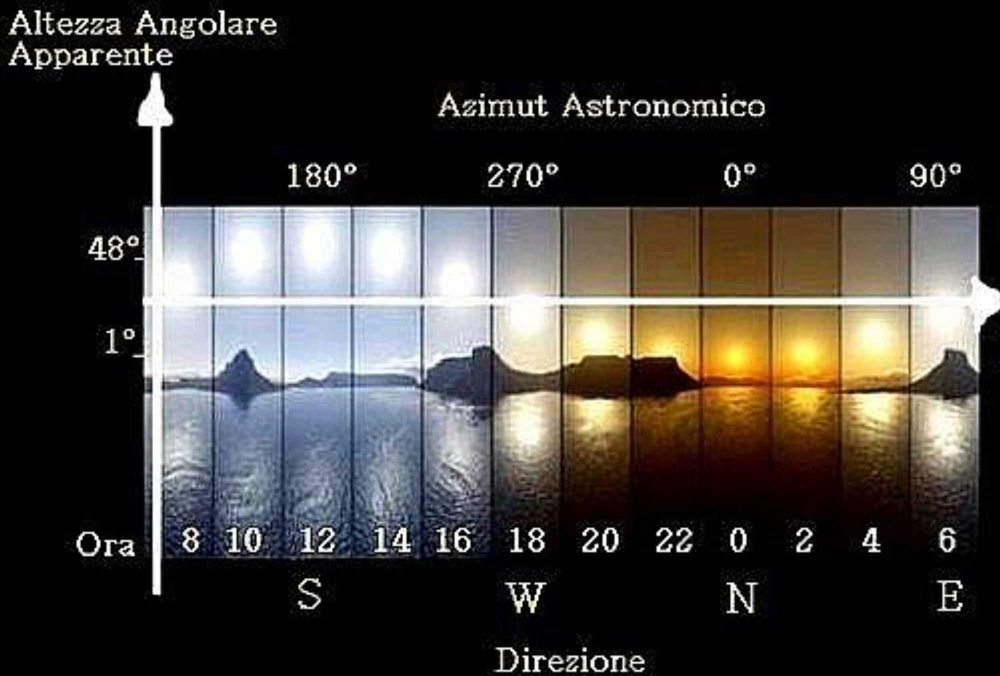
(*b*) Chichén Itzá (20° nord)

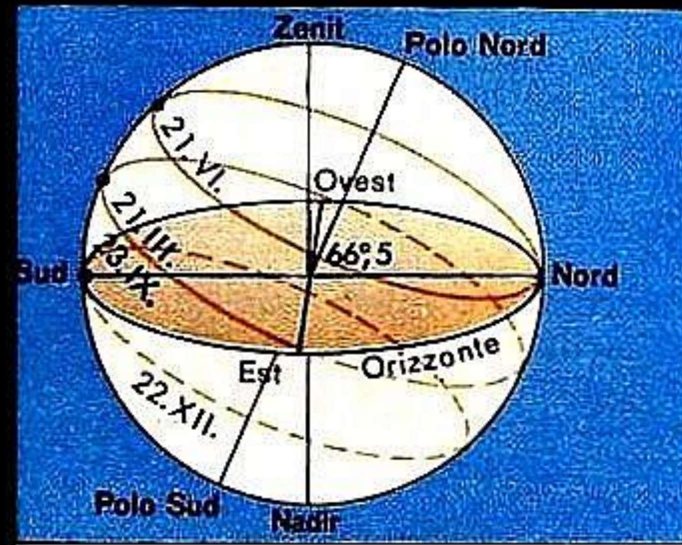


(*c*) Cuzco (13° sud)

Durata dell'arco notturno del Sole (durata della notte espressa in ore)

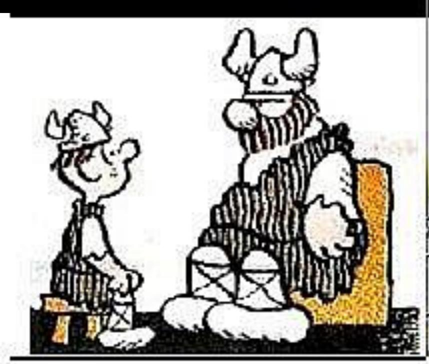
Data \ Latitudine (in gradi)	− 20	− 10	0	+ 10	+ 20	+ 30	+ 40	+ 50	+ 60	+ 70	+ 80
15 gennaio	10.9	11.5	12.0	12.5	13.1	13.7	14.5	15.7	17.6	24.0	24.0
15 febbraio	11.4	11.7	12.0	12.3	12.6	13.0	13.5	14.1	15.1	17.2	24.0
15 marzo	11.9	12.0	12.0	12.0	12.1	12.2	12.2	12.3	12.5	12.7	13.5
15 aprile	12.5	12.2	12.0	11.8	11.5	11.2	10.9	10.4	9.7	8.2	1.5
15 maggio	13.0	12.5	12.0	11.5	11.0	10.5	9.8	8.8	7.2	2.6	0.0
15 giugno	13.2	12.6	12.0	11.4	10.8	10.1	9.2	7.9	5.6	0.0	0.0
15 luglio	13.2	12.5	12.0	11.5	10.9	10.2	9.4	8.2	6.2	0.0	0.0
15 agosto	12.7	12.3	12.0	11.7	11.3	10.9	10.4	9.6	8.5	6.1	0.0
15 settembre	12.1	12.1	12.0	11.9	11.9	11.8	11.7	11.5	11.3	10.9	9.8
15 ottobre	11.6	11.8	12.0	12.2	12.4	12.7	13.0	13.4	14.1	15.4	20.4
15 novembre	11.1	11.5	12.0	12.5	12.9	13.5	14.2	15.2	16.8	21.0	24.0
15 dicembre	10.8	11.4	12.0	12.6	13.2	13.9	14.8	16.1	18.4	24.0	24.0

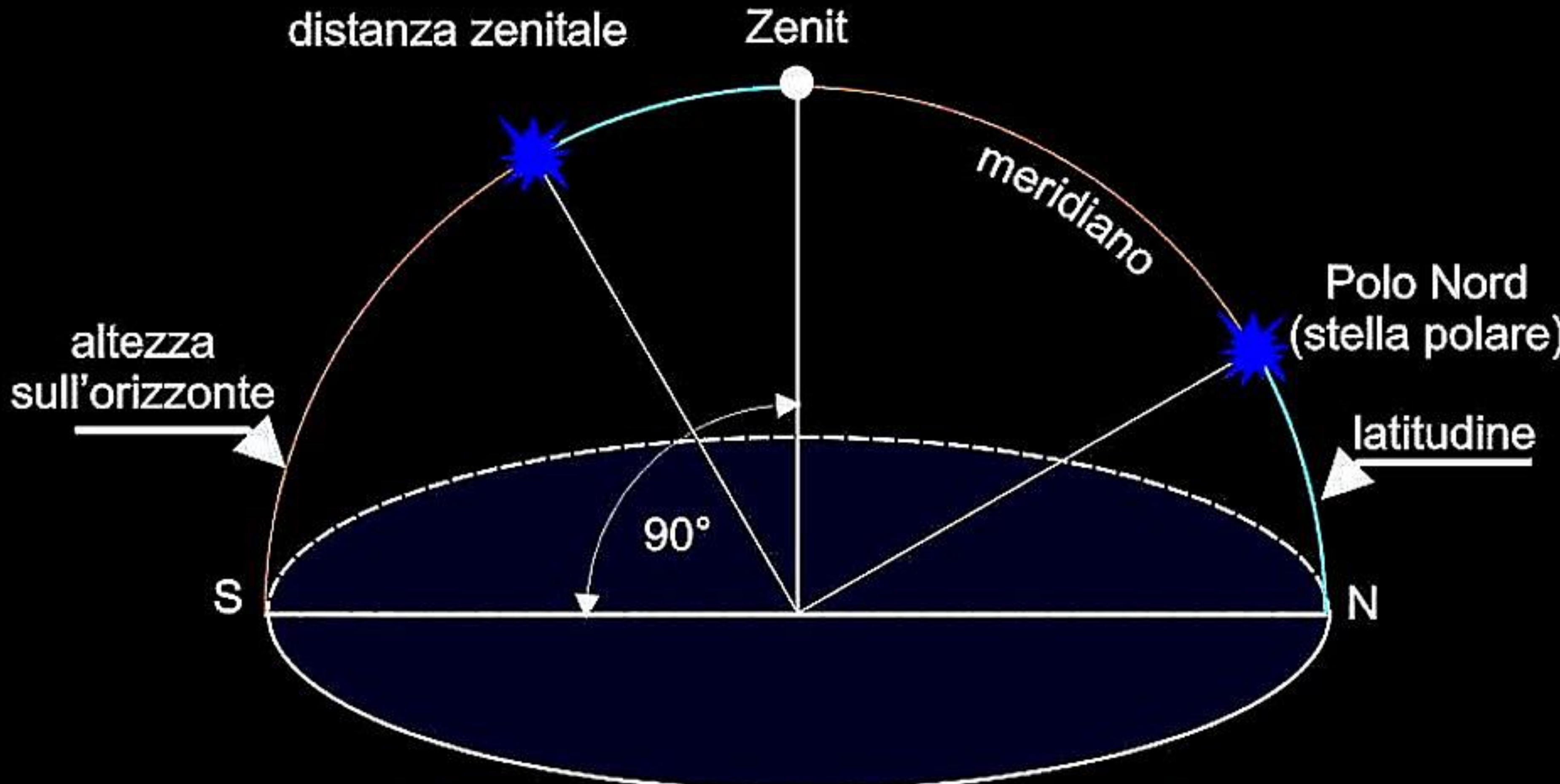




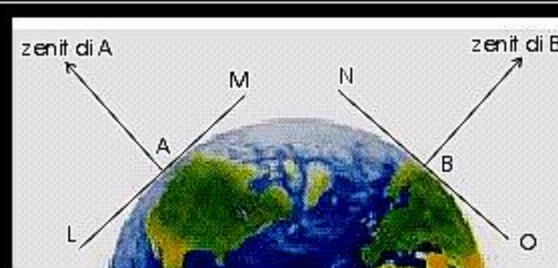
Orbita apparente del Sole per $\varphi = 66°,5$

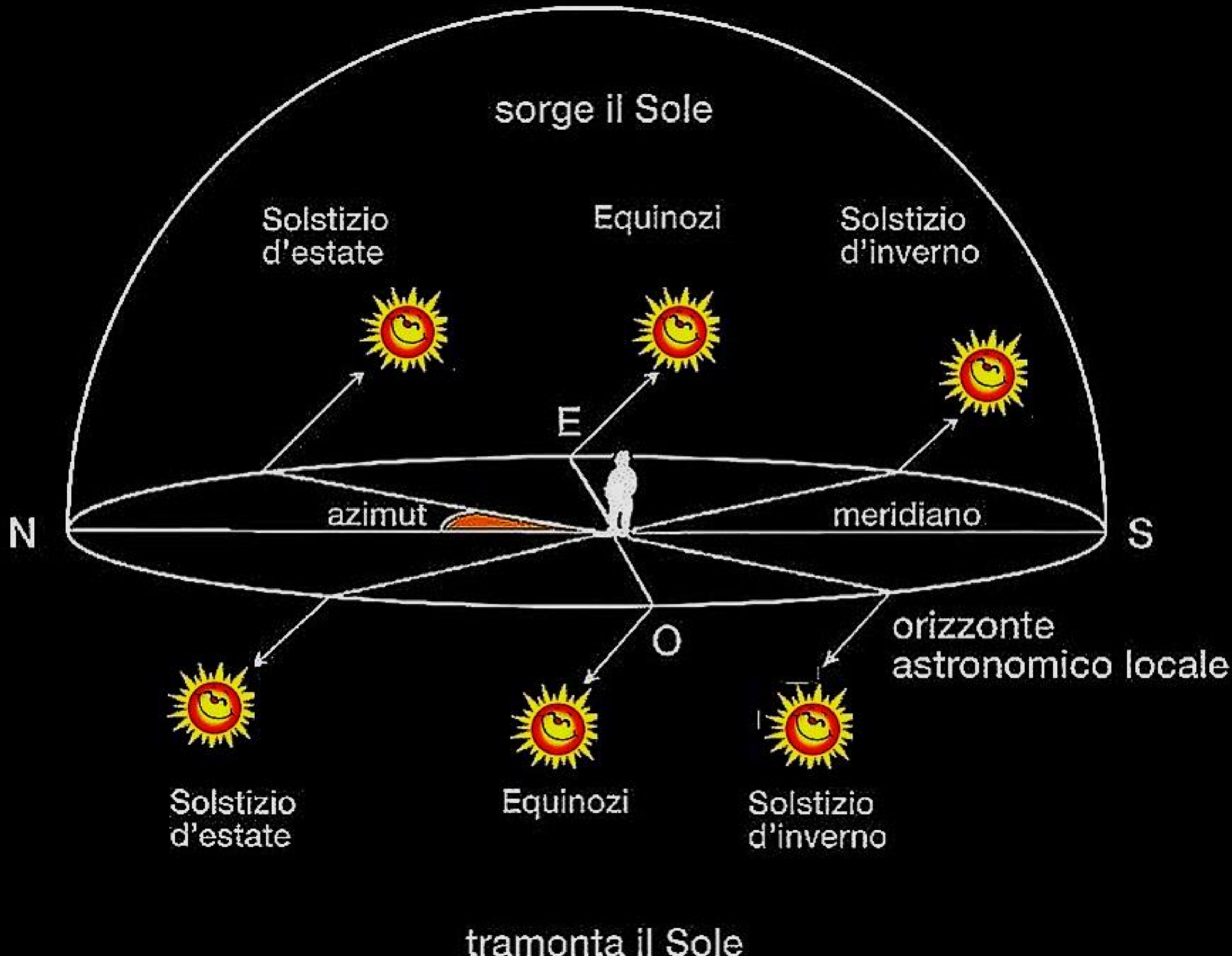
Traiettoria del Sole sulla Sfera Celeste nel giorno del Solstizio d'Estate ad una latitudine geografica: 67°,5 N





relazione geometrica fra altezza di un astro in meridiano e latitudine de luogo di osservazione



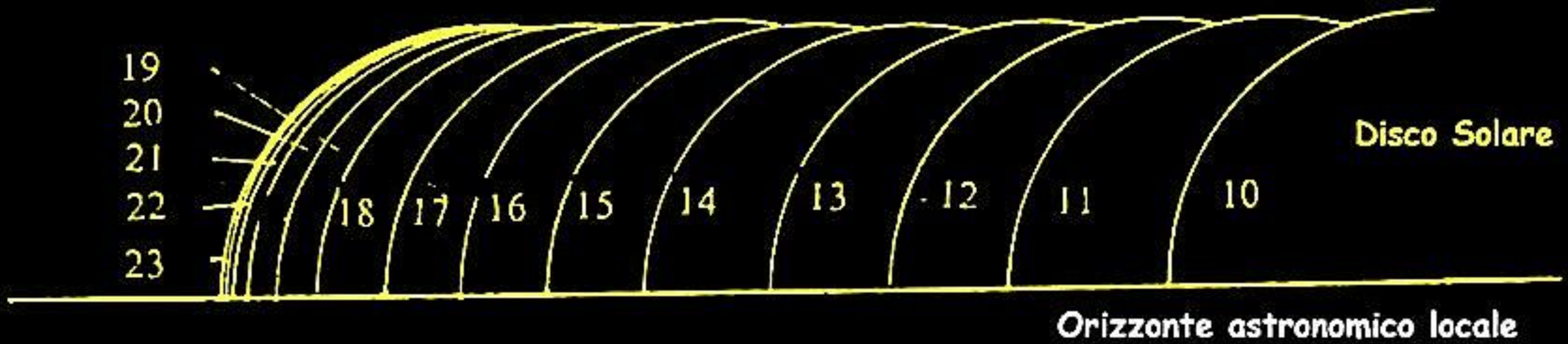

sorge il Sole
Solstizio d'estate
Equinozi
Solstizio d'inverno
E
N
azimut
meridiano
S
O
orizzonte astronomico locale
Solstizio d'estate
Equinozi
Solstizio d'inverno
tramonta il Sole

Azimut di sorgere e di tramonto del Sole ai Solstizi a diverse latitudini geografiche

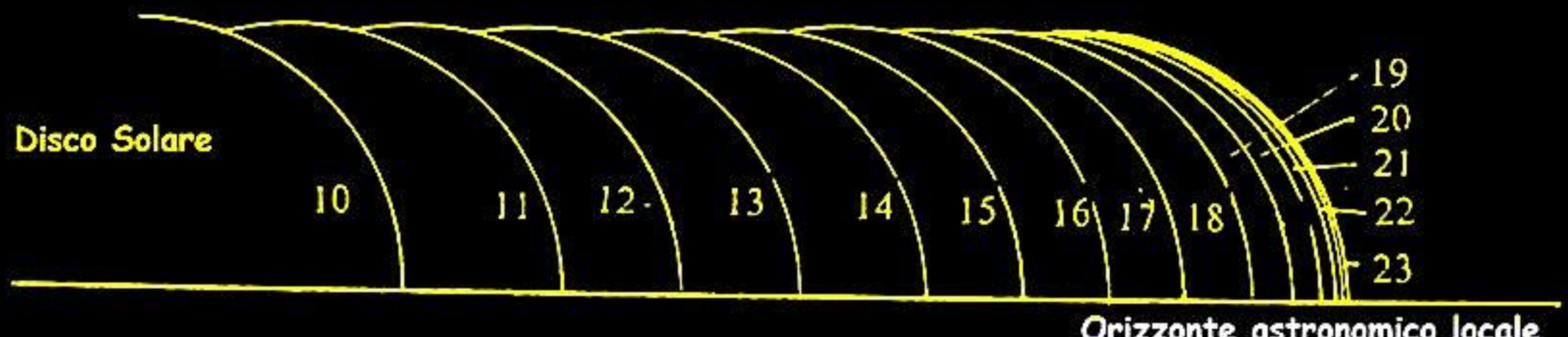
Epoca	Latitudine: +20°		Latitudine: 40°		Latitudine: +60°	
–4000	64°,24	115°,76	57°,77	122°,23	35°,22	144°,78
–3000	64,34	115,66	57,90	122,10	35,50	144,50
–2000	64,45	115,56	58,04	121,96	35,81	144,19
–1000	64,57	115,43	58,19	121,81	36,16	143,84
000	64,70	115,30	58,36	121,64	36,53	143,47
+1000	64,82	115,18	58,53	121,47	36,89	143,11
+2000	64,96	115,04	58,71	121,29	37,29	142,71
	Estate	Inverno	Estate	Inverno	Estate	Inverno

L'Azimut di sorgere e di tramontare, all'orizzonte astronomico locale *(ho=0)* corrispondenti alle declinazioni solari convenzionali sarà quindi:

$$Az = \arccos(\sin(\delta_{\odot})/\cos(\varphi))$$



Il lento movimento giornaliero del Sole uando sorge all'orizzonte vicino al solstizio d'estate. Solo accurate osservazioni consentono di stabilire esattamente la data di questo evento con questo metodo. I numeri indicano i giorni di Giugno

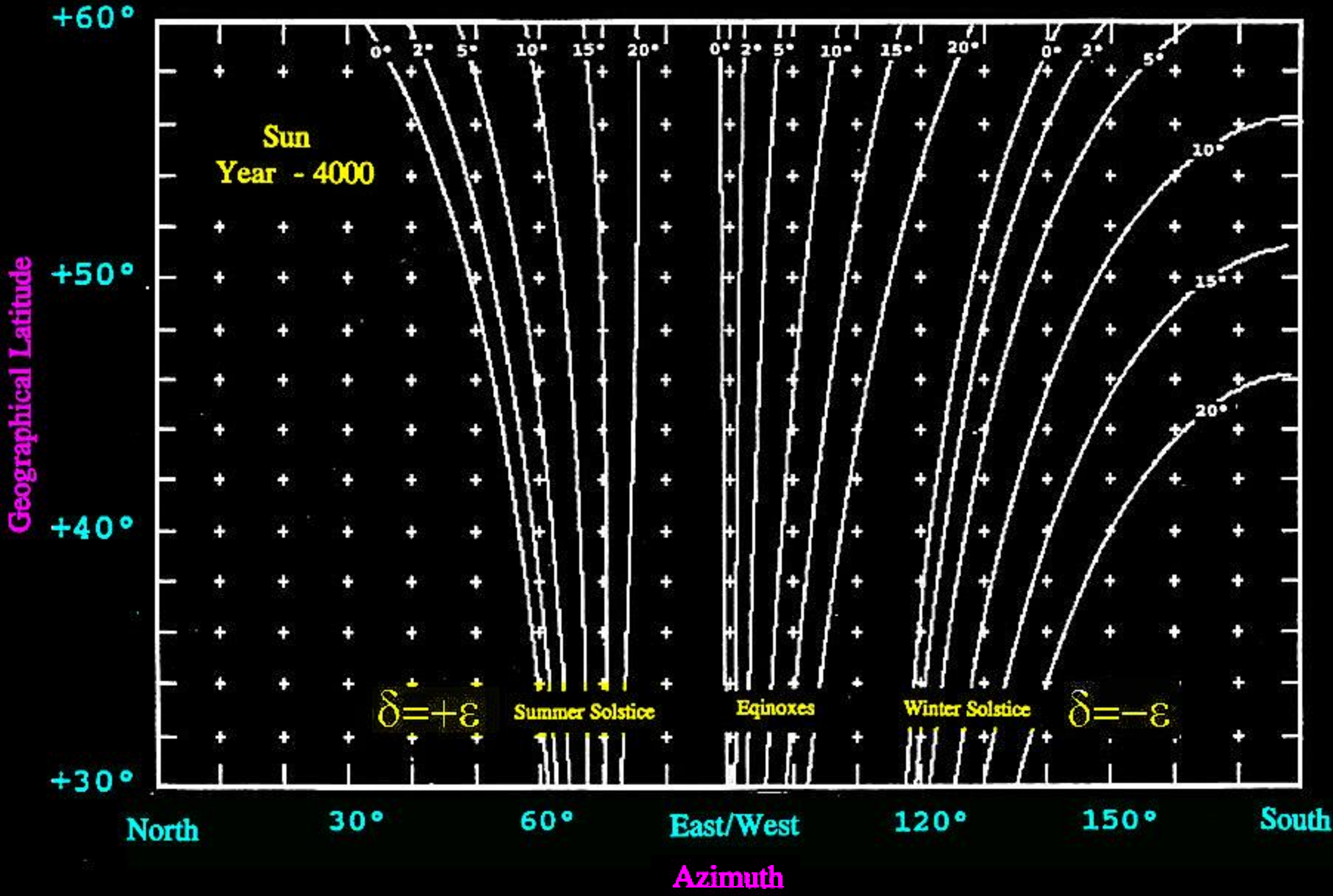


Il lento movimento giornaliero del Sole quando sorge all'orizzonte vicino al solstizio invernale. Solo accurate osservazioni consentono di stabilire esattamente la data di questo evento con questo metodo (i numeri indicano i giorni di Dicembre).

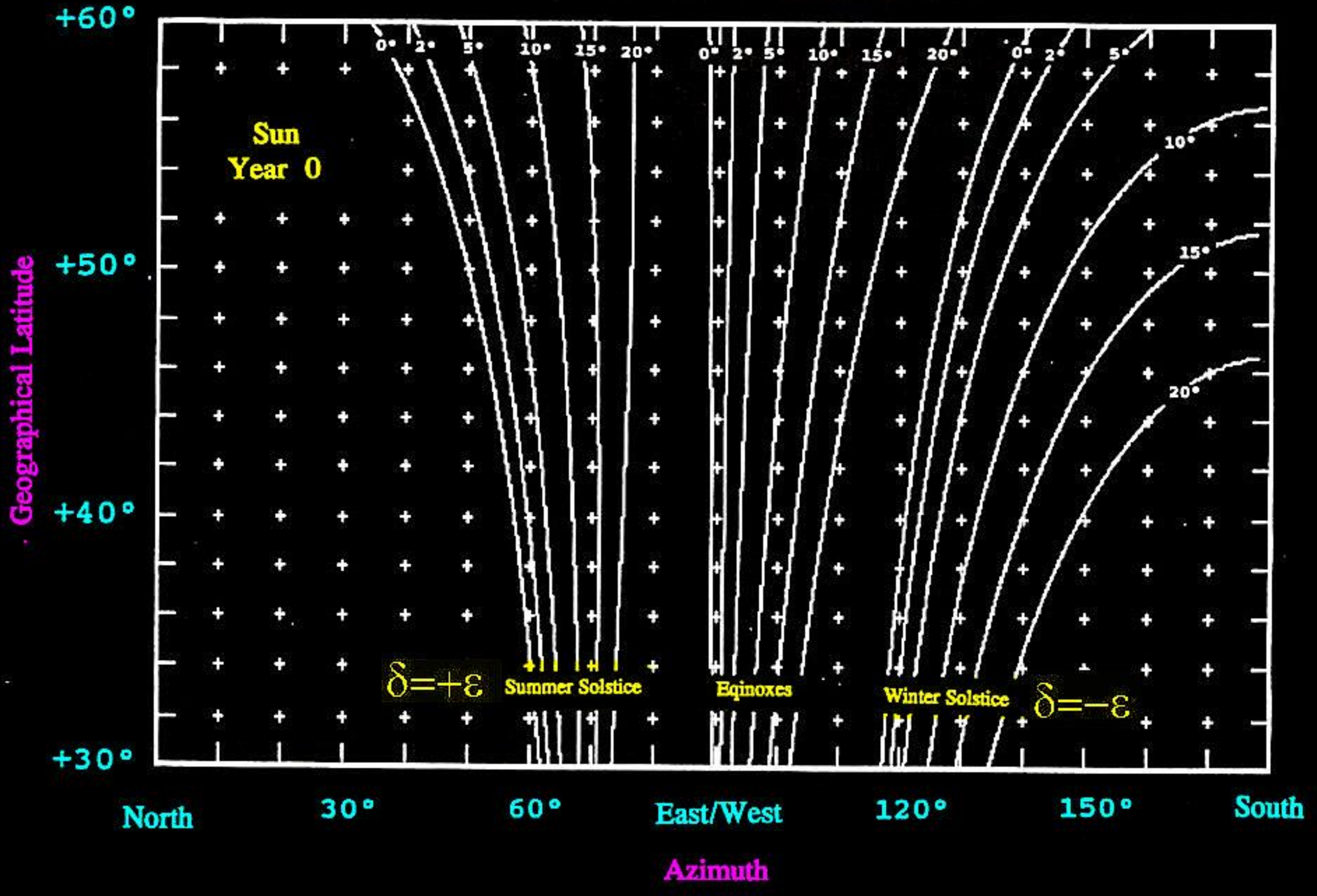
Numero di giorni dal solstizio	Δδ	Variazione dell'Azimut di Levata			
		φ = 30°	φ = 40°	φ = 50°	φ = 60°
± 1	0’,2	0’,2	0’,3	0’,4	0’,5
± 2	0 ,8	0 ,8	1 ,1	1 ’4	2 ,3
± 3	1 ,8	1 ,9	2 ,5	3 ,2	5 ,1
± 4	3 ,2	3 ,4	4 ,4	5 ,7	9 ,2
± 5	5 ,0	5 ,4	7 ,0	8 ,9	14 ,3
± 6	7 ,2	7 ,7	10 ,0	12 ,8	20 ,6
± 7	9 ,8	10 ,5	13 ,6	17 ,4	28 ,0

Variazione della Declinazione Δδ e dell'Azimut di levata del Sole all'orizzonte astronomico locale nei 7 giorni precedenti e seguenti ai solstizi, a diverse latitudini geografiche.

Azimut Astronomico di sorgere/tramontare del Sole



Azimut Astronomico di sorgere/tramontare del Sole



Equinozi e Solstizi
(prima del 1582)

Equinozio di Primavera

Tep = Marzo (22,8 - 0,0078 . anno + ...)

Solstizio d'Estate

Tse = Giugno (24,8 - 0,0078 . anno + ...)

Equinozio di Autunno

Tea = Settembre (25,2 - 0,0078 . anno + ...)

Solstizio d'Inverno

Tsi = Dicembre (22,9 - 0,0078 . anno + ...)

$$V(t) = (\underbrace{365{,}2422}_{\text{anno tropico solare}} - \underbrace{365{,}25}_{\text{anno giuliano di calendario}}) = -0{,}0078 \text{ giorni/anno}$$

Data dell'Equinozio di Primavera secondo il Calendario Giuliano

Il Calendario Giuliano utilizza un anno medio di calendario lungo 365,25 giorni solari medi, mentre la lunghezza dell'anno tropico è pari a 365,2422 giorni solari medi. Questo provoca una deriva di 1 giorno ogni 129 anni tra il computo calendariale giuliano ed il computo solare vero astronomico. La data vera dell'equinozio di primavera è quindi soggetta ad una deriva progressiva Δ rispetto al valore standard del 21 Marzo prevista dal computo calendariale giuliano, pari a:

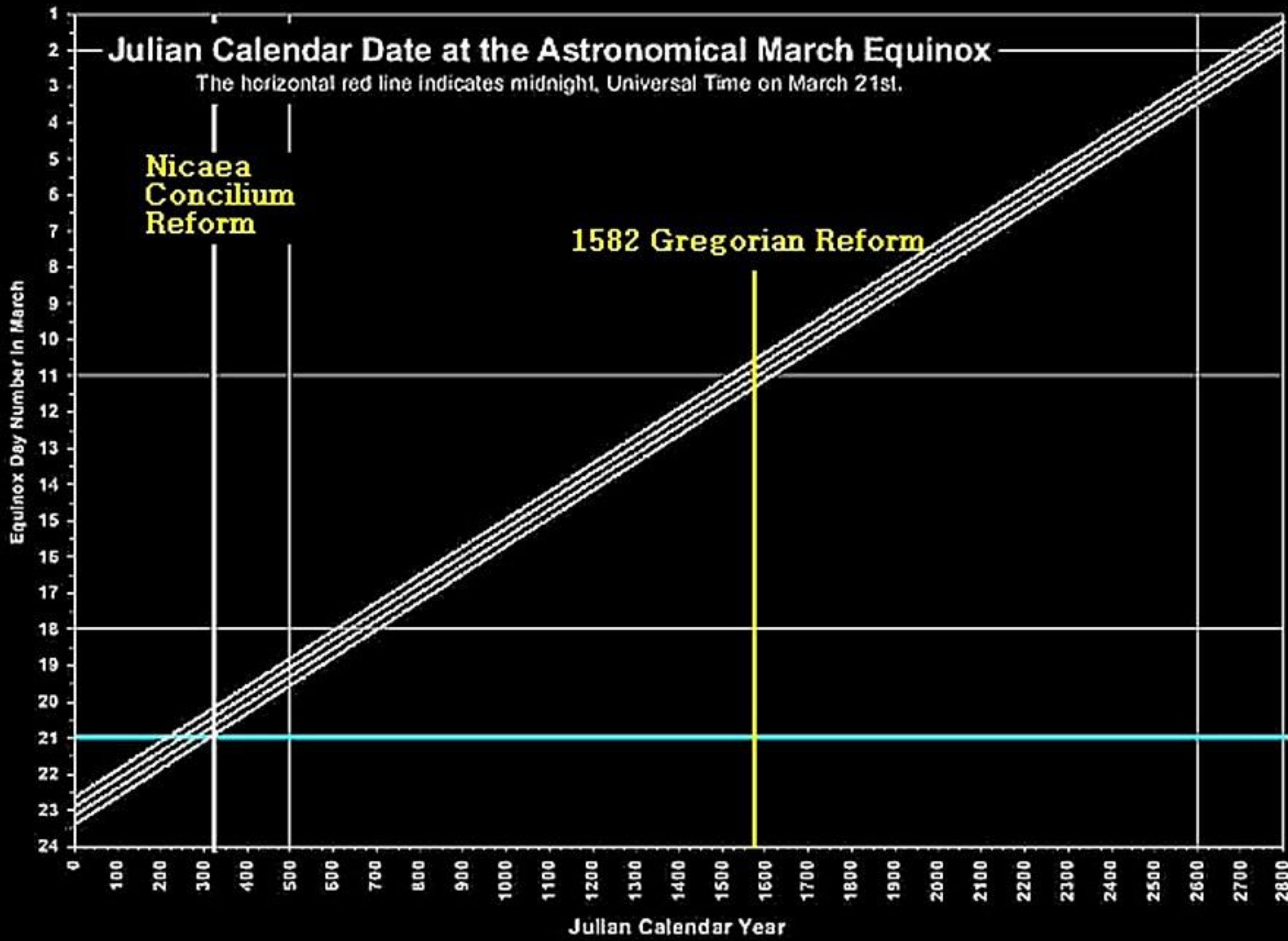
$$\Delta = (365{,}2422 - 365{,}2500) \times Y \qquad \text{(in giorni)}$$

dove Y sono gli anni trascorsi

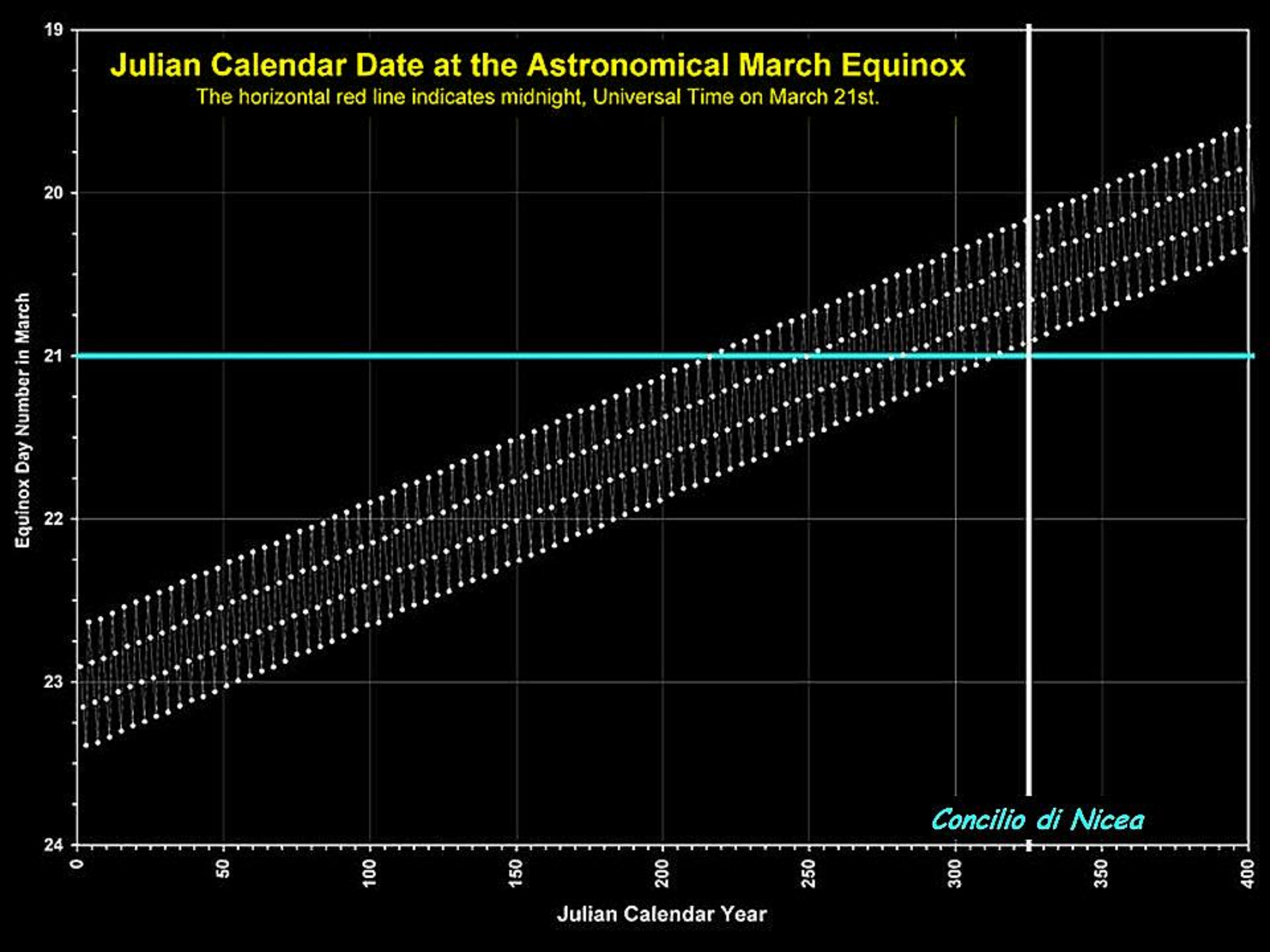
La data giuliana Teq dell'equinozio di primavera sarà quindi calcolabile mediante la seguente formula:

$$\mathrm{Teq} = \text{Marzo}\ (23{,}129 - 0{,}007741936 \times Y)$$

dove 0,00774... è la differenza, in giorni, tra l'anno tropico e l'anno medio standard del calendario giuliano.
Il 23 Marzo era la data dell'Equinozio di Primavera all'anno Y=0 cioè all'anno 1 a.C.

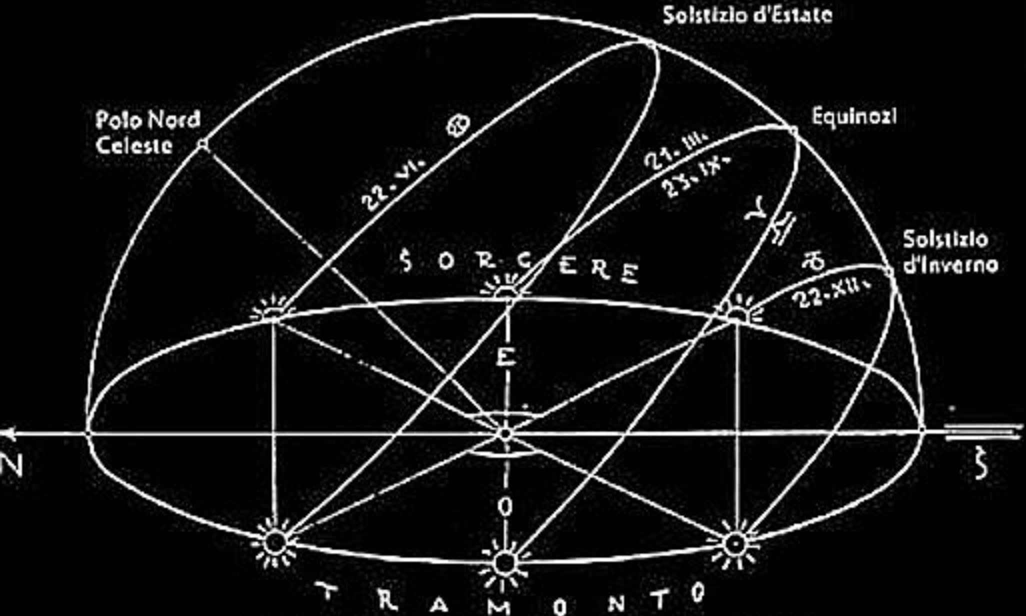


Julian Calendar Date at the Astronomical March Equinox
The horizontal red line indicates midnight, Universal Time on March 21st.
Nicaea Concilium Reform
1582 Gregorian Reform
Equinox Day Number in March
Julian Calendar Year
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24
0 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200 1300 1400 1500 1600 1700 1800 1900 2000 2100 2200 2300 2400 2500 2600 2700 2800



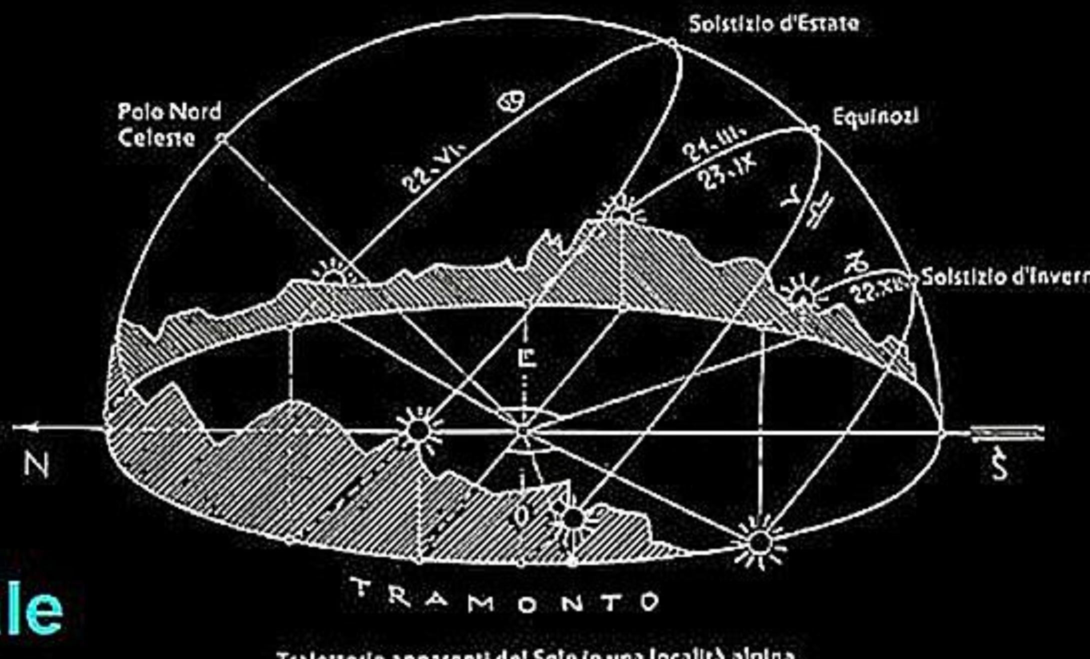
Julian Calendar Date at the Astronomical March Equinox
The horizontal red line indicates midnight, Universal Time on March 21st.
Equinox Day Number in March
19
20
21
22
23
24
0
50
100
150
200
250
300
350
400
Julian Calendar Year
Concilio di Nicea

Orizzonte Astronomico

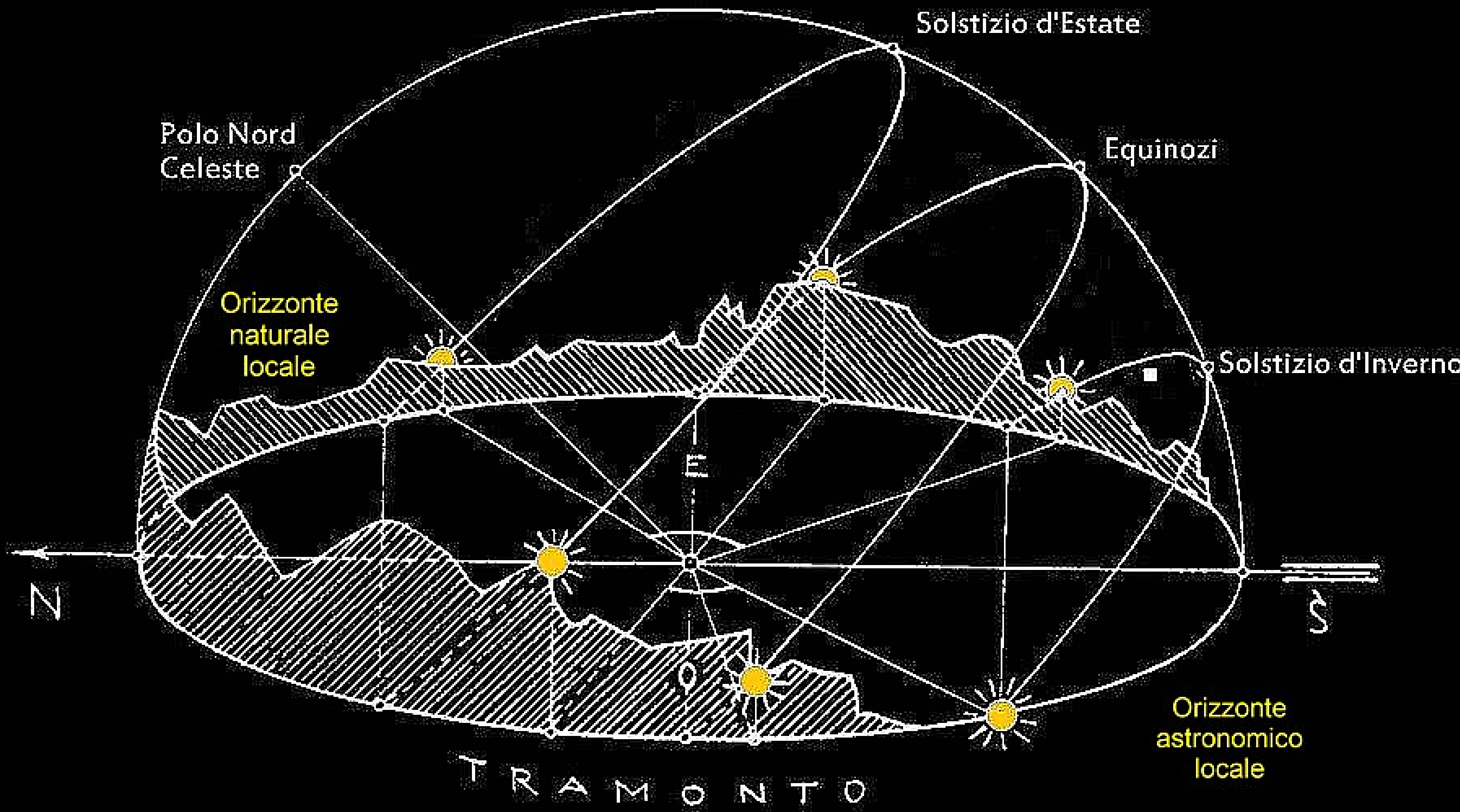


Traiettorie apparenti del Sole in una località di pianura

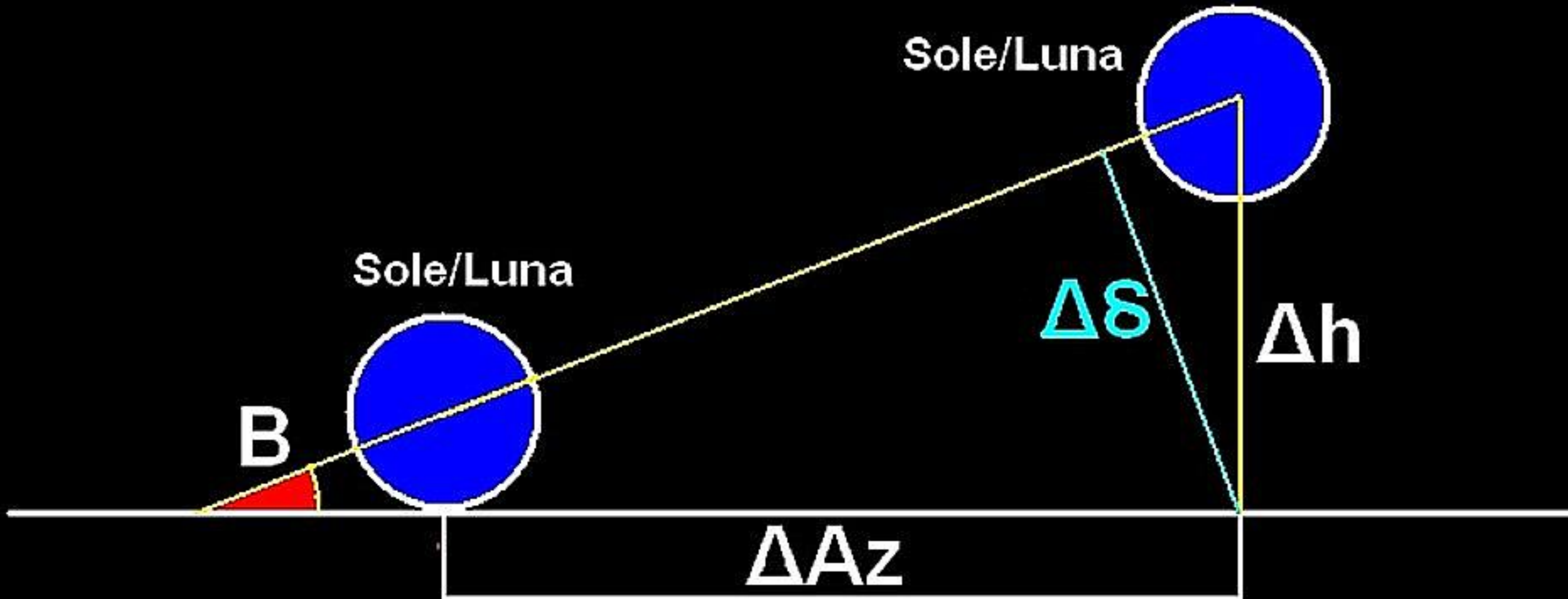
Orizzonte naturale locale



Traiettorie apparenti del Sole in una località alpina



Traiettorie apparenti del Sole in una località alpina



$$\Delta h = \Delta Az \cdot \tan(B)$$

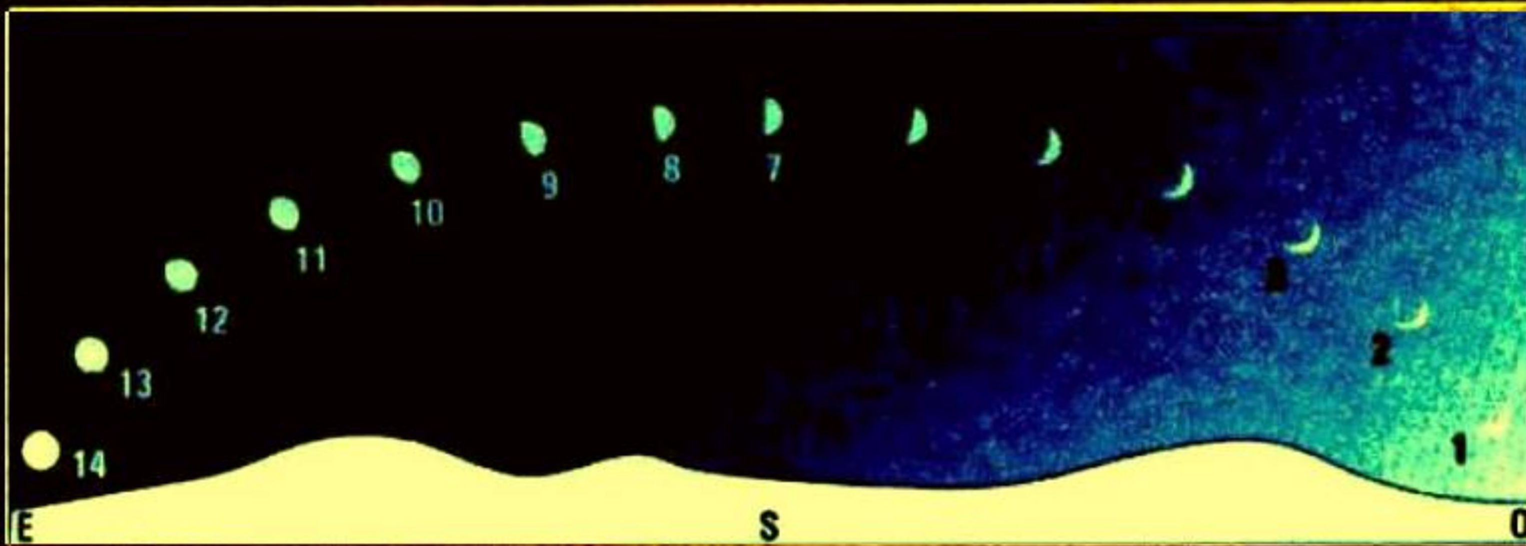
$$\Delta\delta = \Delta Az \cdot \sin(B)$$

$$\sin(B) = \frac{\cos(\varphi) \cdot \sin(Az)}{\cos(\delta)}$$

La Luna

Fasi della Luna

Ciclo Sinodico = 29.5306 giorni



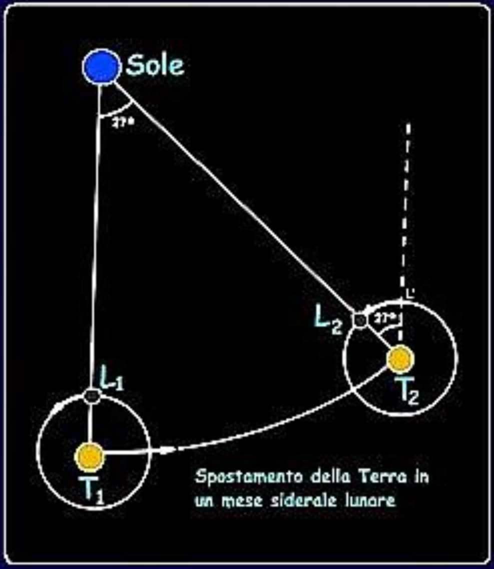
La luna giorno dopo giorno, guardando a ovest dopo il tramonto

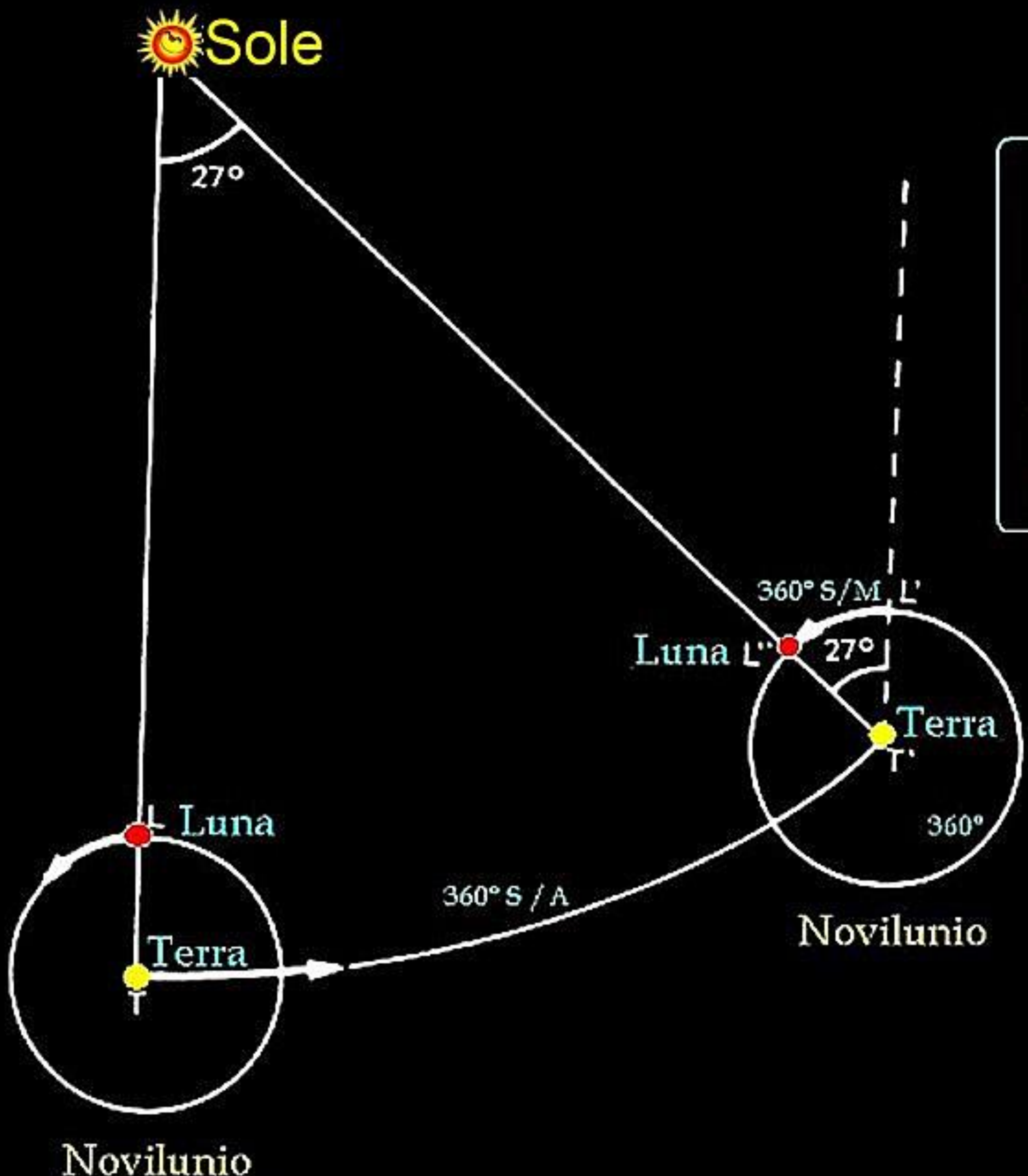
La luna giorno dopo giorno, guardando a est prima dell'alba

Periodicità della Luna

- mese siderale:	27,3216	giorni solari medi
- mese sinodico:	29,5306	" " "
- mese draconitico:	27,2122	" " "
- mese anomalistico:	27,5546	" " "

- velocità angolare della luna: 13°,1764
- scostamento della luna rispetto al sole: 12°,1908





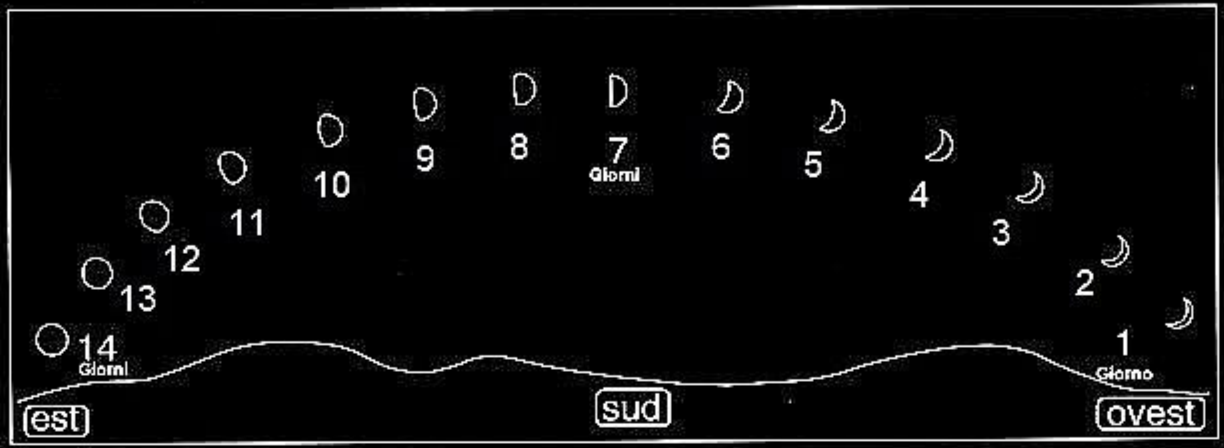
$$\frac{360°}{M} S = \frac{360°}{A} S + 360°$$

$$S = \frac{M\,A}{A - M}$$

$A = 365^{d}.25$; $M = 27^{d}.3216$

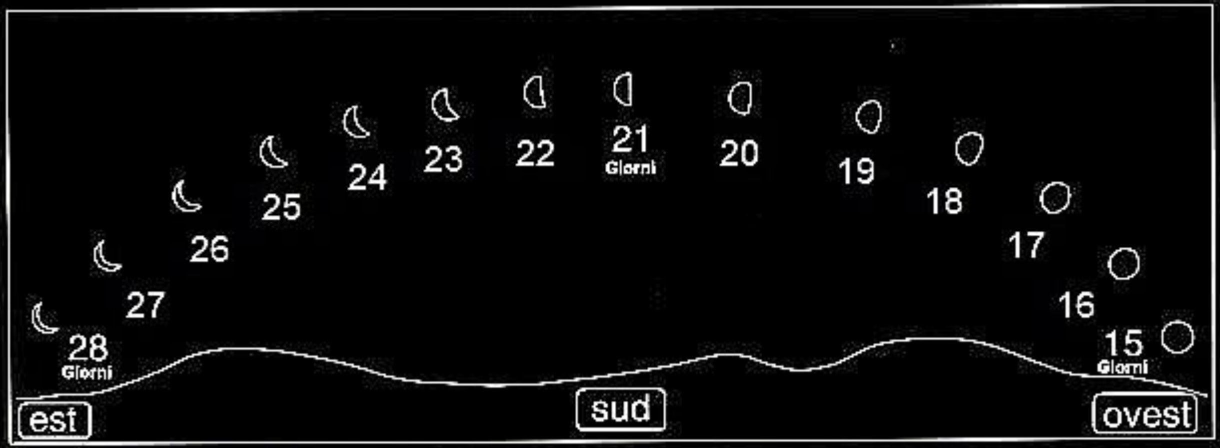
$S = 29^{d}.5305$

Visibilità della Luna



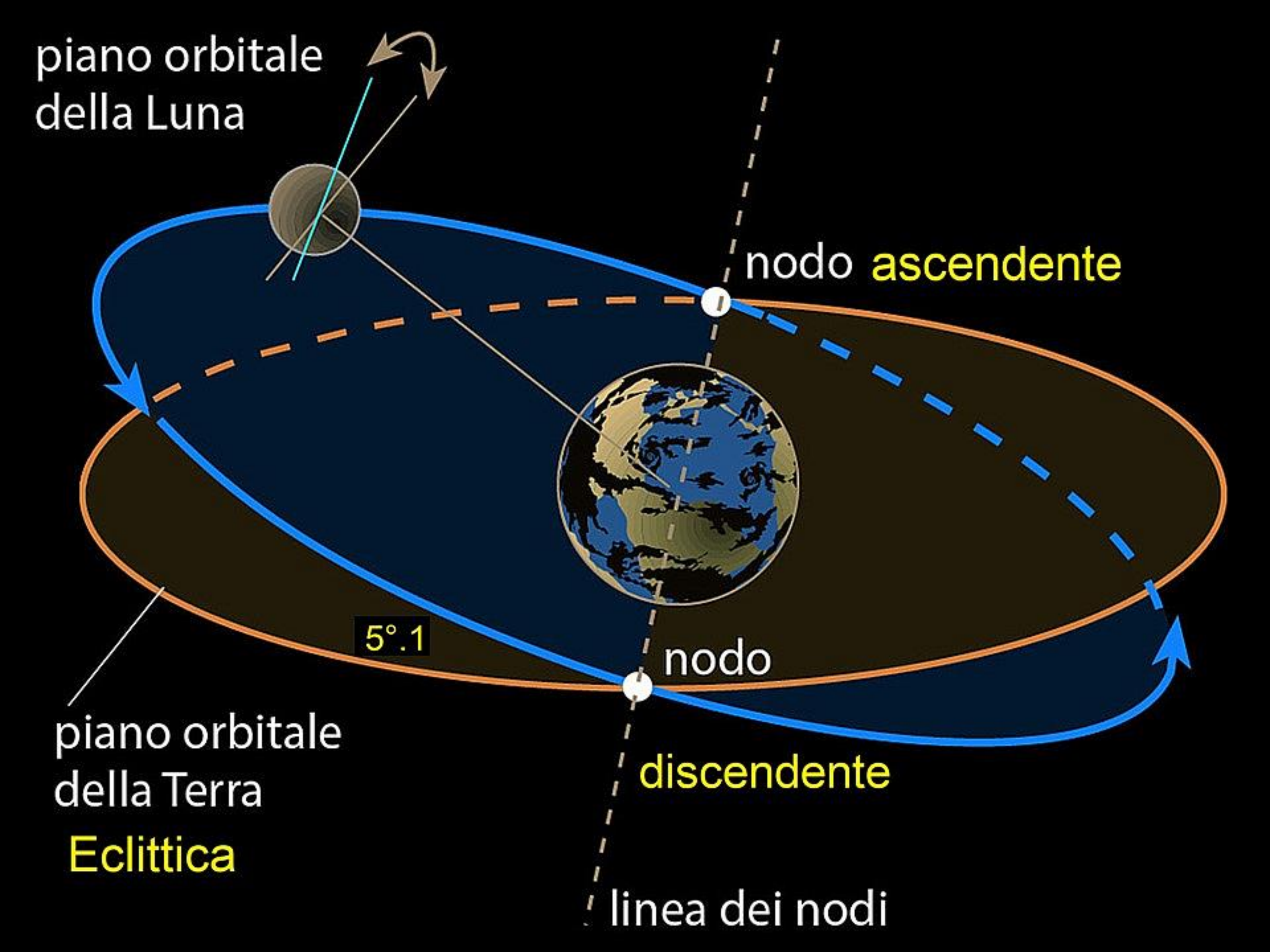
Visibilità della Luna durante la prima metà del mese sinodico lunare:
aspetto e posizione della Luna nel cielo al tramonto del Sole

i numeri indicano l'Età della Luna (in giorni)



Visibilità della Luna durante la seconda metà del mese sinodico lunare:
aspetto e posizione della Luna nel cielo all'alba

i numeri indicano l'Età della Luna (in giorni)


piano orbitale
della Luna
nodo ascendente
5°.1
nodo
discendente
piano orbitale
della Terra
Eclittica
linea dei nodi

Nodi Lunari

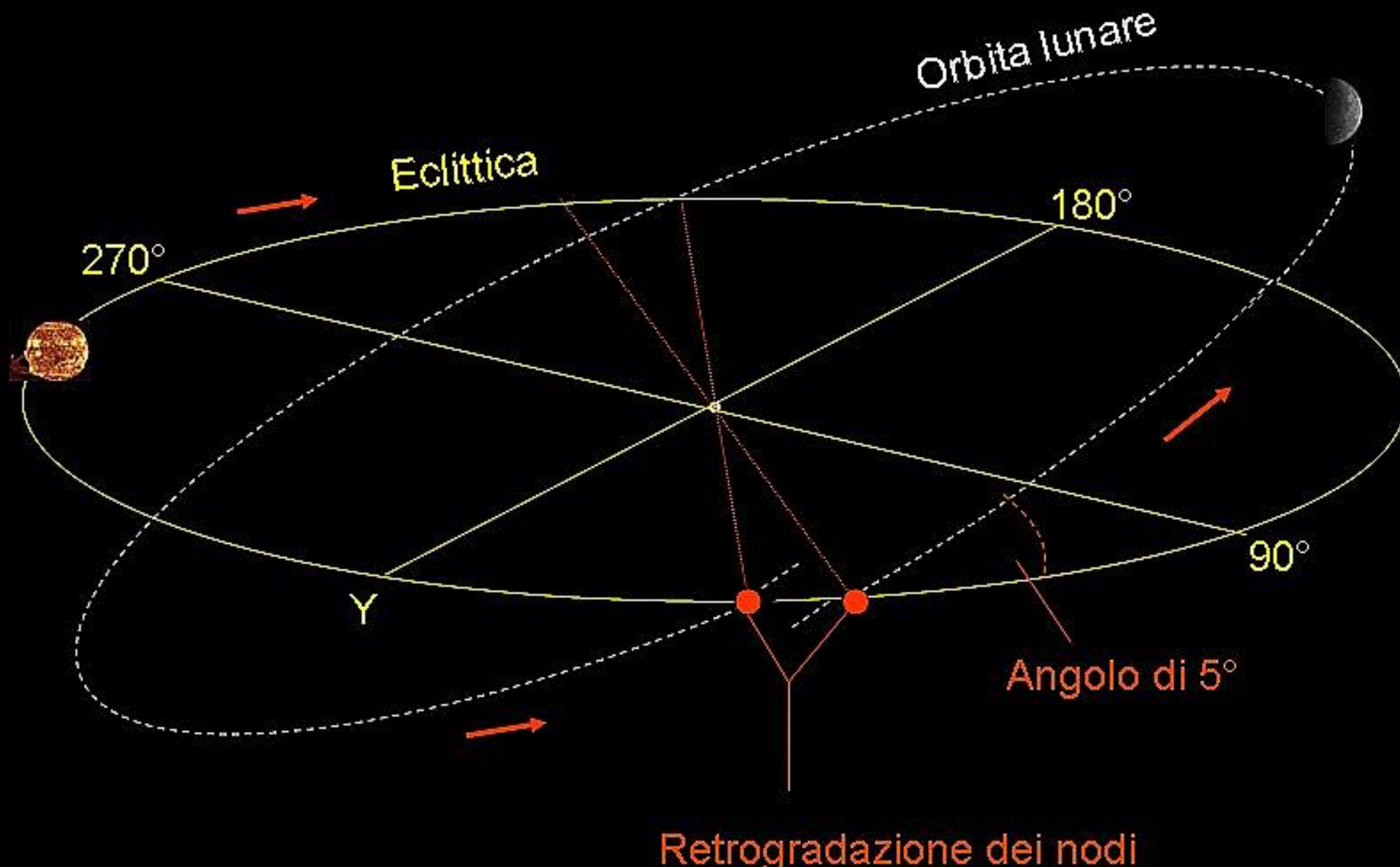
L'orbita lunare giace in un piano che risulta inclinato di circa 5.1° rispetto a quello dell'Eclittica.

La linea di intersezione di questi due piani definisce due punti sulla Sfera Celeste:

il Nodo Ascendente, cioè il punto in cui l'orbita lunare interseca l'Eclittica durante il suo movimento dall'emisfero meridionale all'emisfero settentrionale,

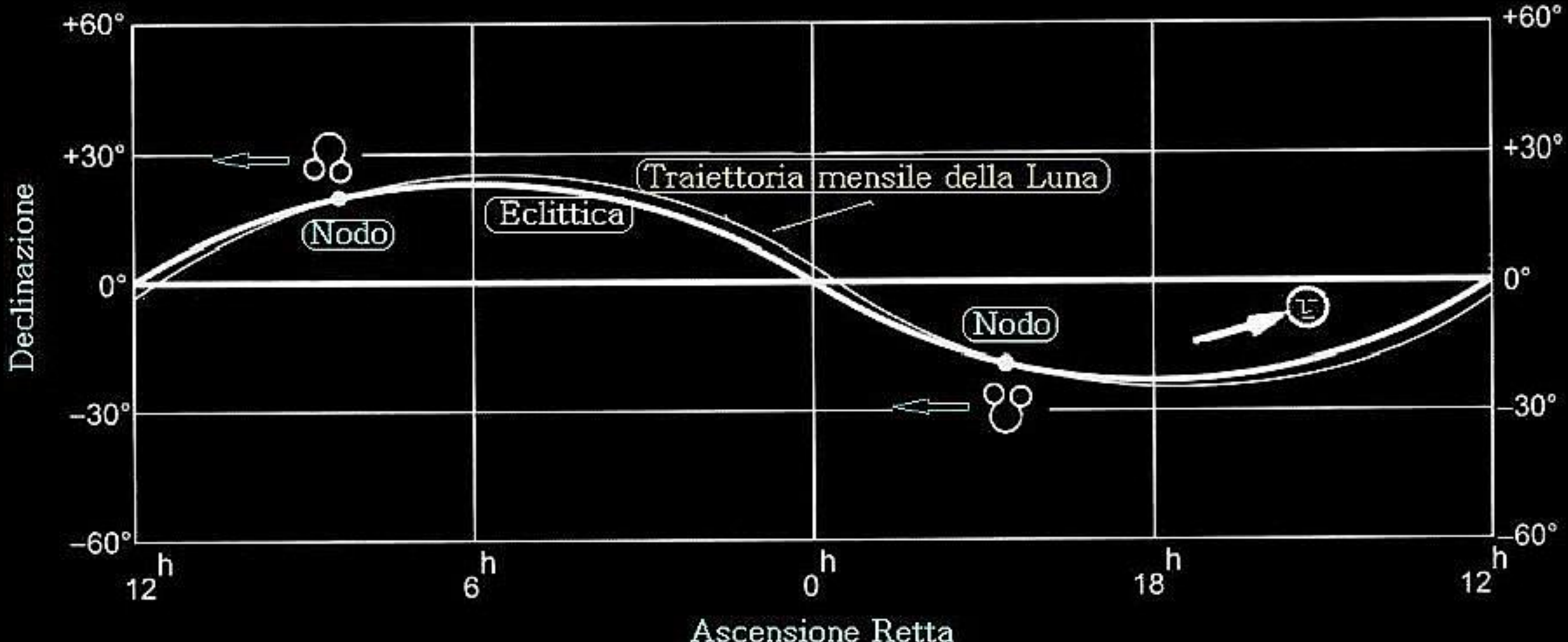
il Nodo Discendente, cioè il punto in cui la Luna interseca il piano dell'eclittica passando dall'emisfero settentrionale all'emisfero meridionale.

Retrogradazione dei nodi lunari (P=18.61 anni)



360°/18.61 anni = 19.3 °/anno

Nodi Lunari



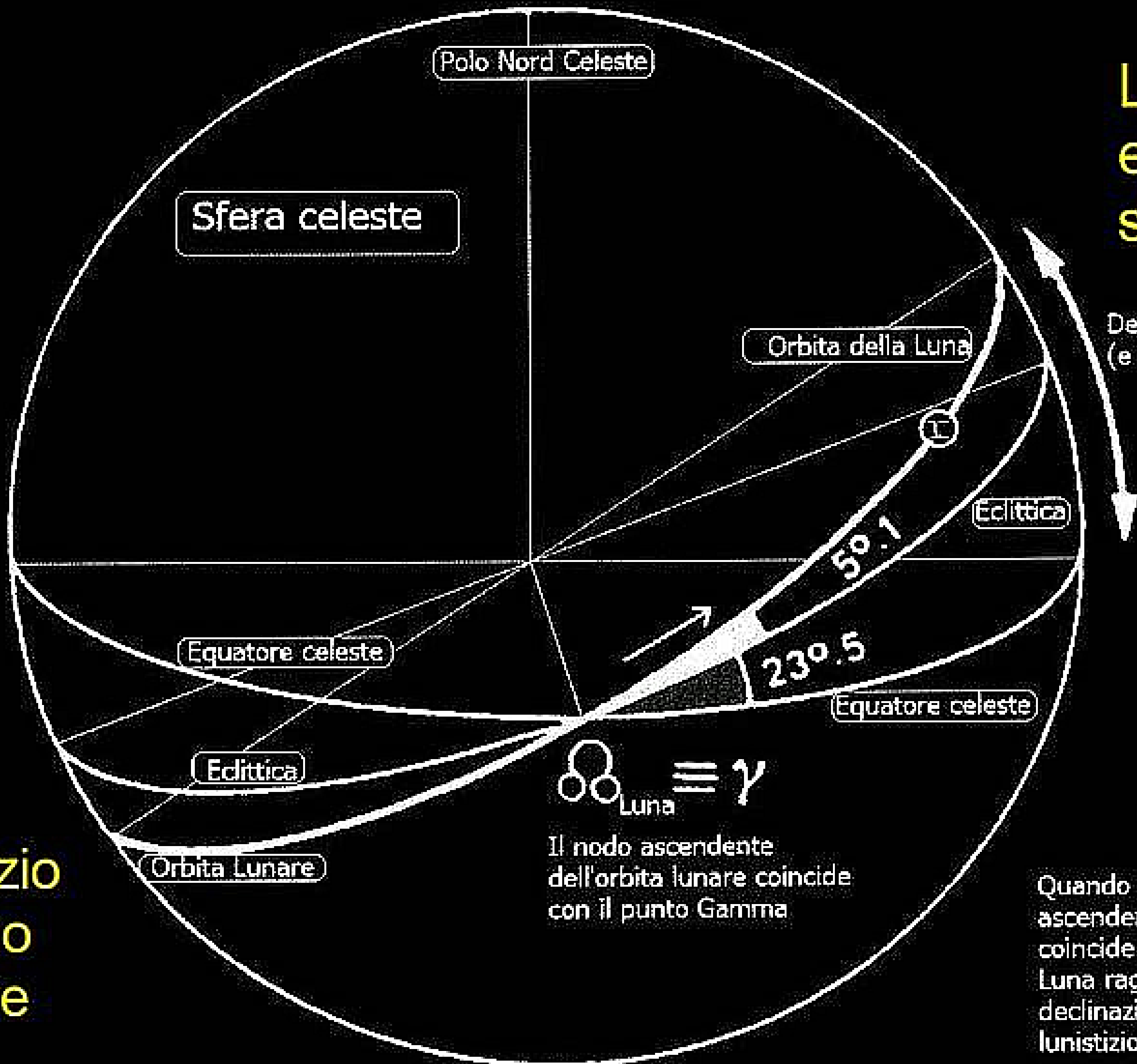
I nodi lunari "retrogradano" cioè si muovono in direzione opposta a quella del moto orbitale della Luna

Periodo di retrogradazione: 18.61 anni solari

La Luna ai Lunistizi estremi

Lunistizio estremo superiore

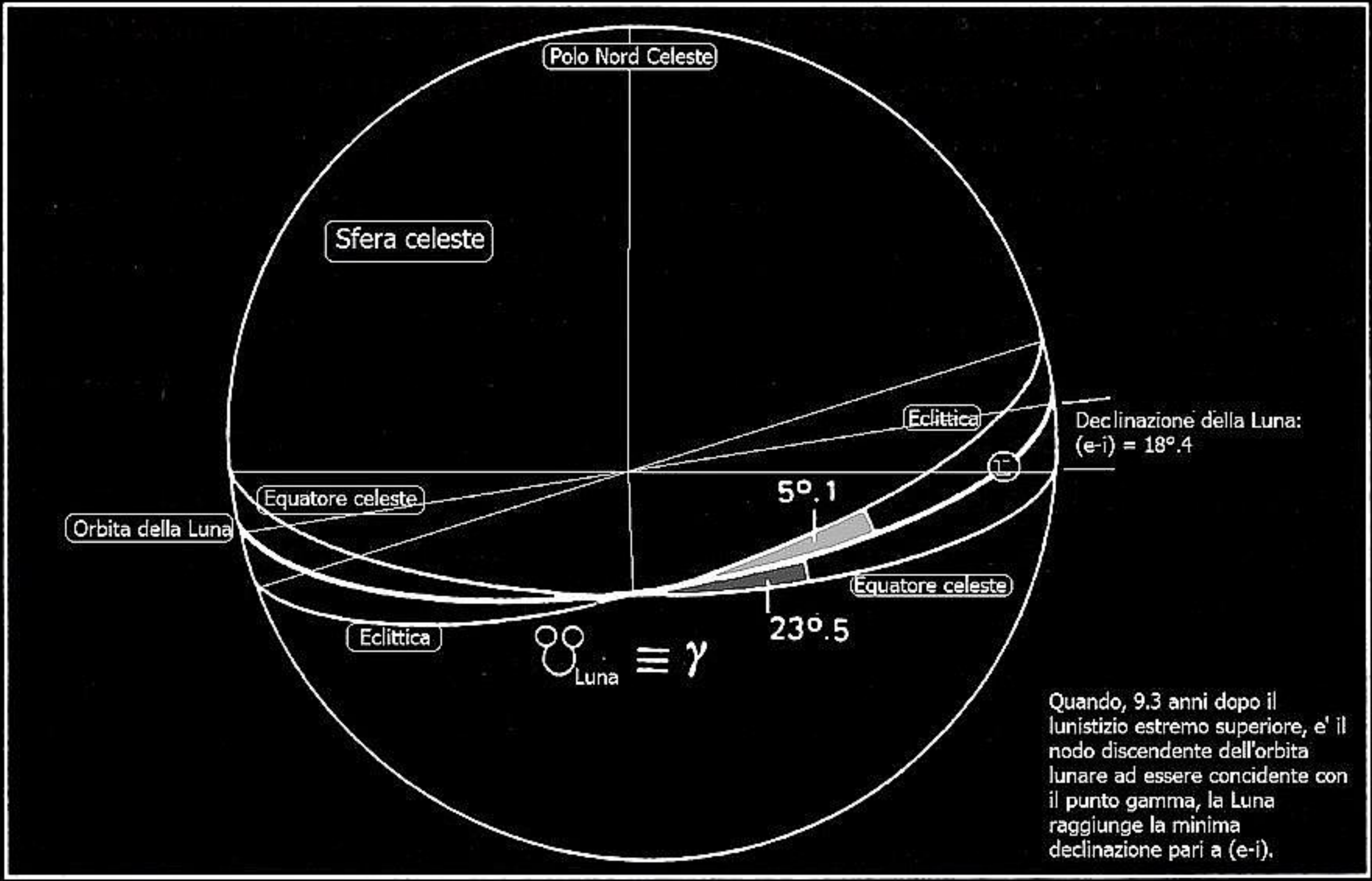
Declinazione della Luna:
(e + i) = 28°.6



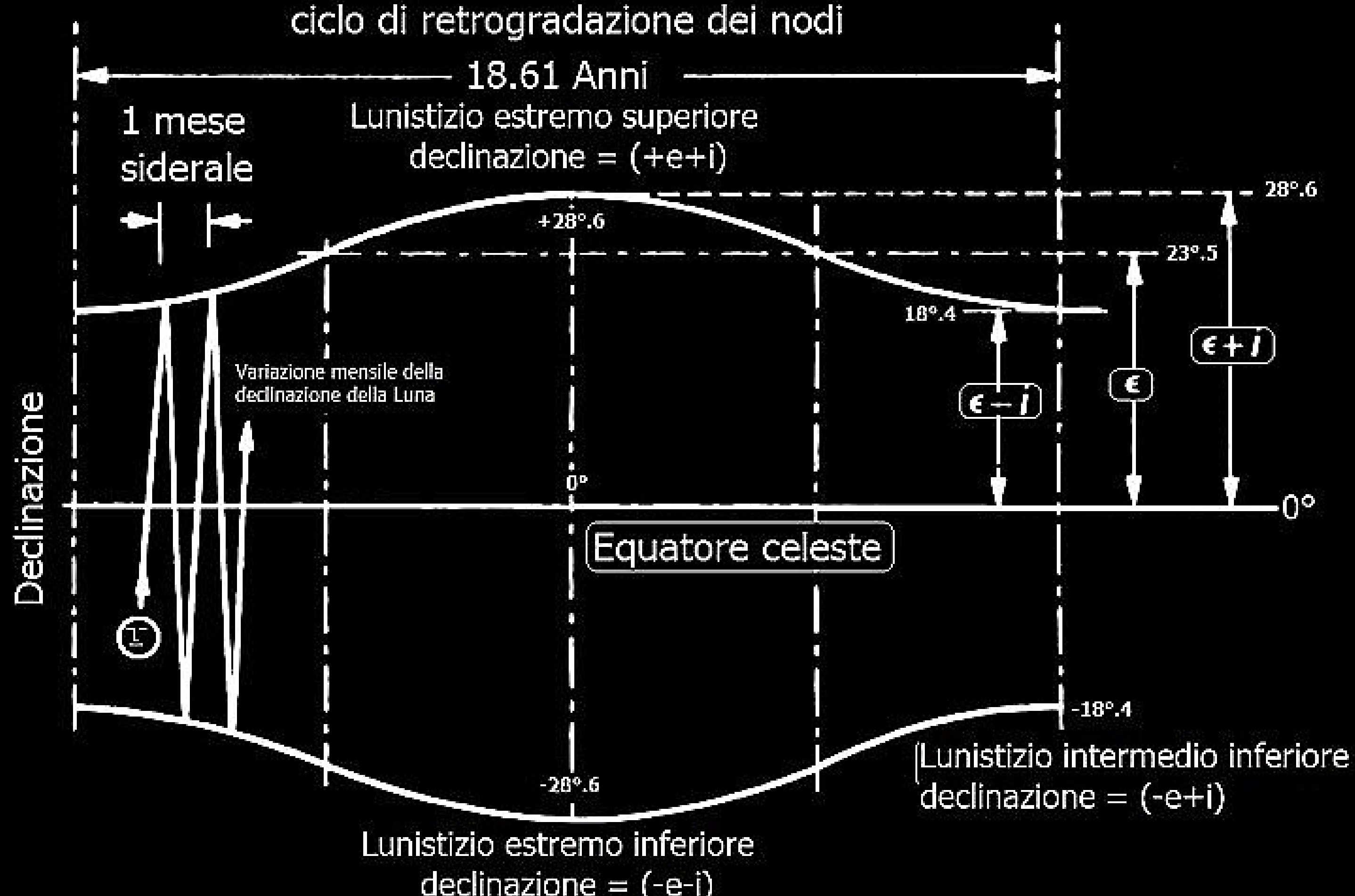
Lunistizio estremo inferiore

Quando ogni 18.61 anni il nodo ascendente dell'orbita della Luna coincide con il punto Gamma, la Luna raggiunge la sua massima declinazione pari a (e+i) ed e' al lunistizio estremo superiore.

Lunistizi intermedi



Variazione della declinazione geocentrica della Lina durante il ciclo di retrogradazione dei nodi (18,61 anni)



Variazione periodica della declinazioe della Luna in 18.6 anni solari tropici corrispondente ad 1 ciclo di retrogradazione dei nodi. Ogni mese siderale lunare la declinazione della Luna oscilla entro gli estremi stabiliti dalla posizione dei nodi in quel mese ed indicati, nella figura, dalle due curve simmetriche poste una sopra ed una sotto la lina dell'equatore celeste.

I valori di massima e minima declinazione lunare sono soggetti anche ad una variazione periodica con un periodo pari a 173.3 giorni a causa della variazione dell'inclinazione della sua orbita.

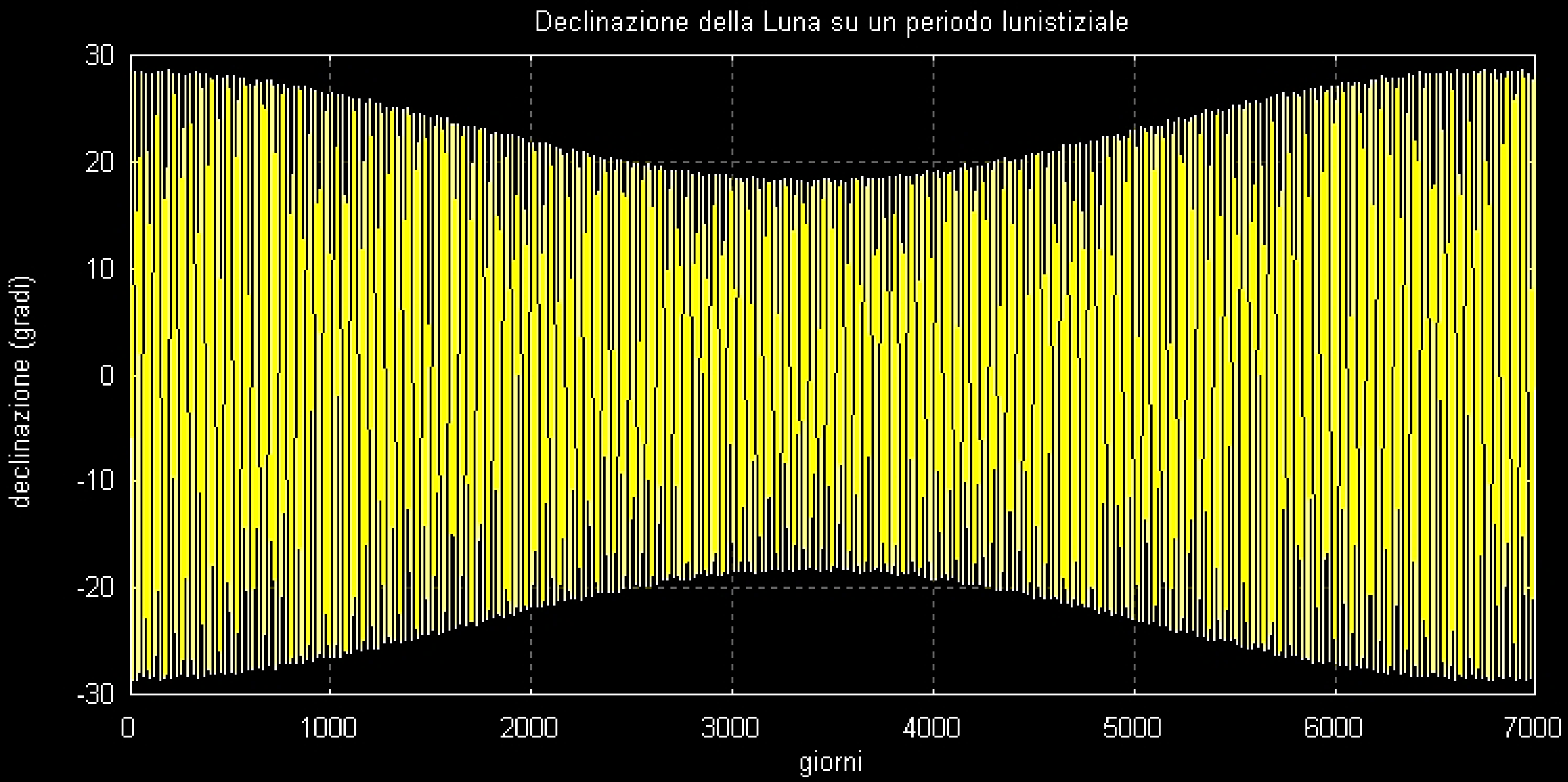
La declinazione geocentrica della Luna su un periodo lunistiziale di 18.61 anni solari tropici

$$\delta = \left(\varepsilon + i \cos\left(\frac{360°}{Pr} t \right) + \Delta i \cos\left(\frac{360°}{Pi} t \right) \right) \cos\left(\frac{360°}{Pd} t \right) + \ldots$$

dove t è il tempo espresso in giorni solari medi partendo dalla data di un lunistizio estremo superiore quando $\lambda(N)=0$ e quindi $☊_{luna} \equiv \gamma$ e allora $\delta = (+\varepsilon + i)$ e dove:

ε = obliquità edll'eclittica; ε=27°,45
i = inclinazione media dell'orbita lunare; i=5°,145
Δi= semiampiezza di variazione dell'inclinazione dell'orbita della Luna; Δi=0°,145
Pr = periodo di retragradazione dei nodi = 18,61 anni solari tropici, Pr =6797,15 giorni
Pi = semiperiodo latitudinale; Pi = 173,3 giorni solari medi
Pd = periodo (mese) draconitico della Luna; Pd = 27,21 giorni solari medi

La declinazione geocentrica della Luna su un periodo lunistiziale di 18.61 anni solari tropici

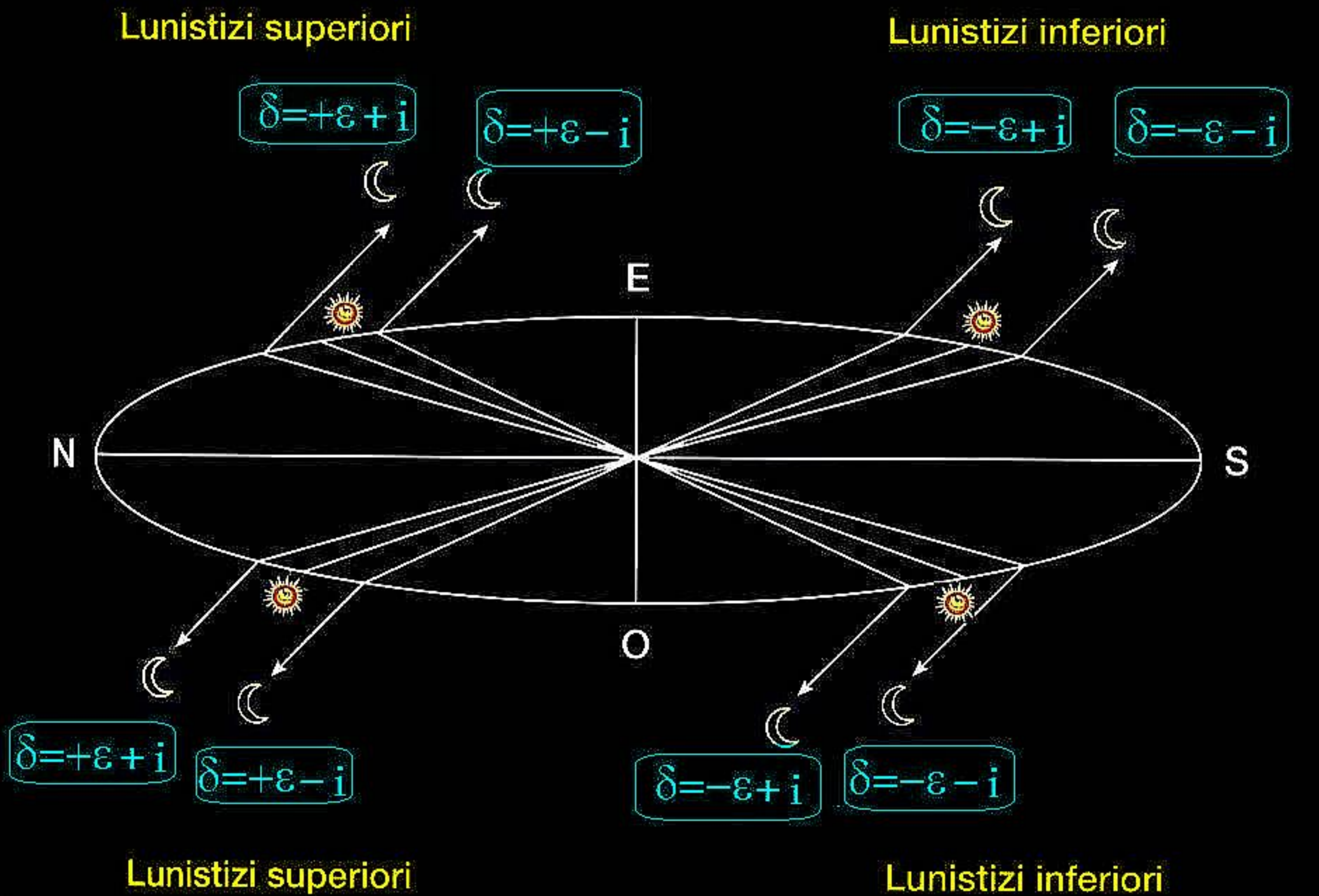


Se le funzioni trigonometriche sono calcolate in radianti allora si ha:

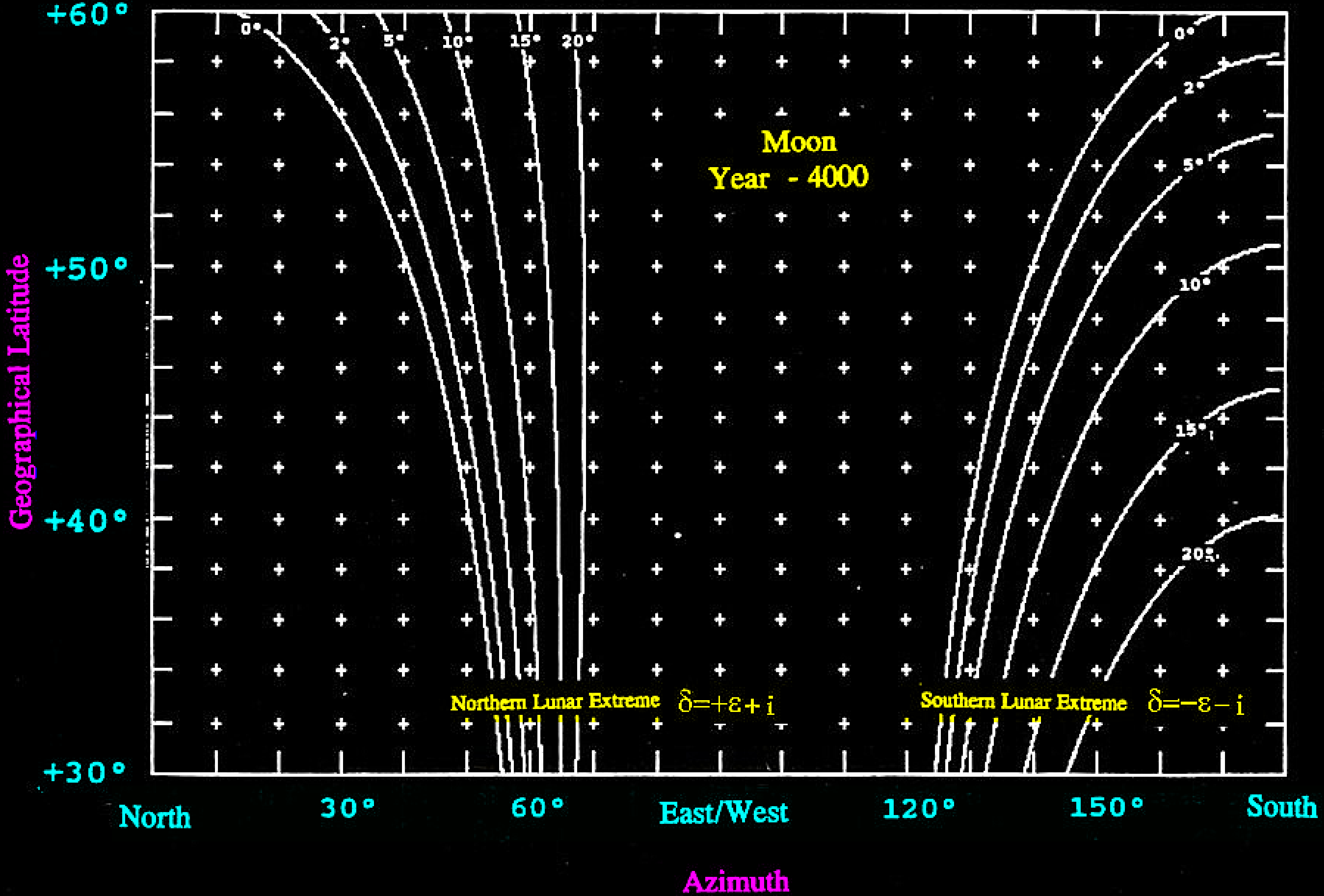
Decl = (23.45+5.145*cos(.000925*x)+0.145*cos(0.036256*x))*cos(0.230915*x)

Declinazione lunistiziale della Luna

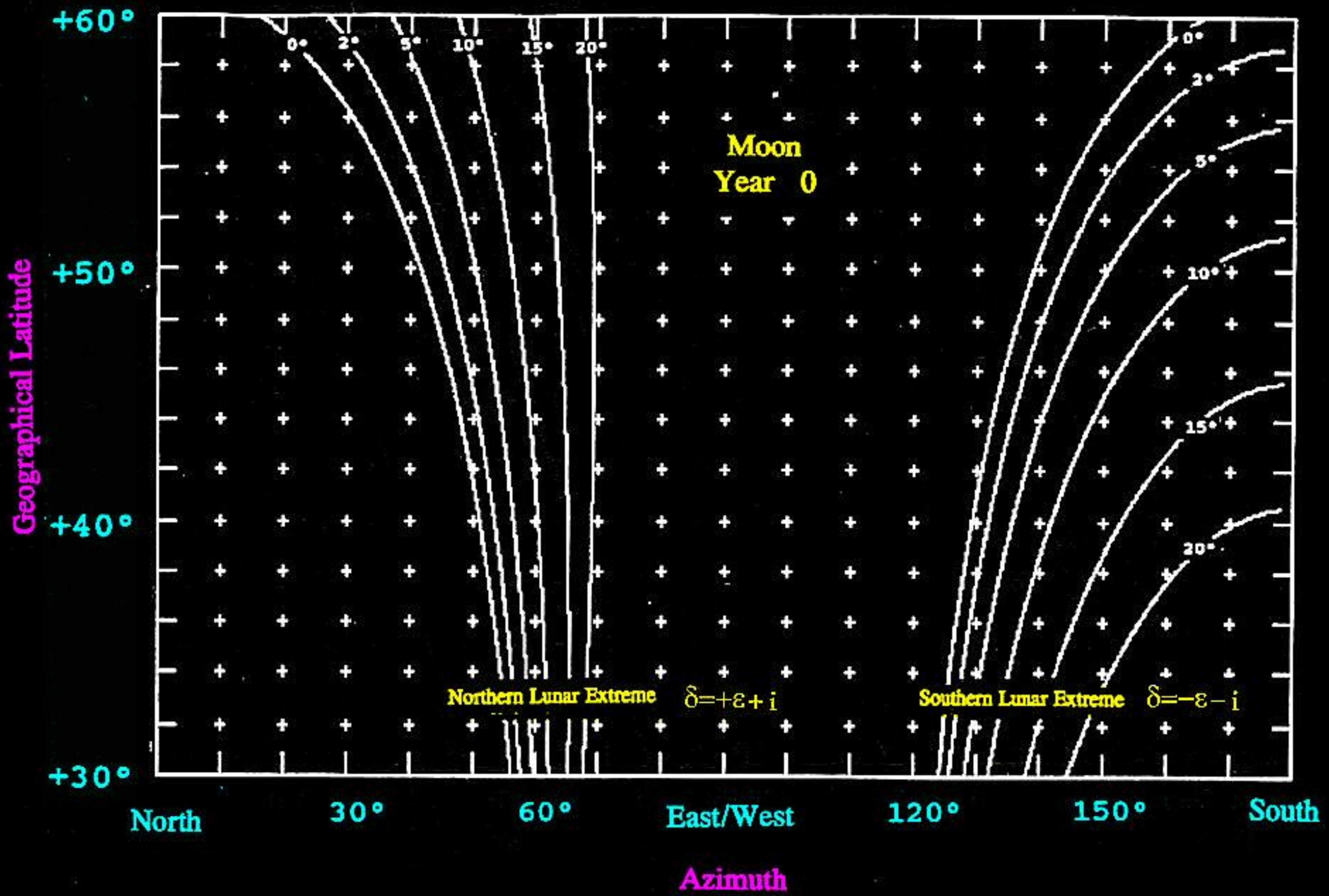
Epoca	ϵ	$\epsilon + i$	$\epsilon - i$
−4000	24°,11	29°,26	18°,96
−3500	24°,07	29°,22	18°,92
−3000	24°,02	29°,17	18°,87
−2500	23°,98	29°,13	18°,83
−2000	23°,92	29°,07	18°,77
−1500	23°,87	29°,02	18°,72
−1000	23°,81	28°,96	18°,66
− 500	23°,76	28°,91	18°,61
000	23°,69	28°,84	18°,54
+ 500	23°,63	28°,78	18°,48
+1000	23°,57	28°,72	18°,42
+1500	23°,50	28°,65	18°,35
+2000	23°,44	28°,59	18°,29


Lunistizi superiori
Lunistizi inferiori
$\delta = +\varepsilon + i$
$\delta = +\varepsilon - i$
$\delta = -\varepsilon + i$
$\delta = -\varepsilon - i$
E
N
S
O
$\delta = +\varepsilon + i$
$\delta = +\varepsilon - i$
$\delta = -\varepsilon + i$
$\delta = -\varepsilon - i$
Lunistizi superiori
Lunistizi inferiori

Azimut Astronomico di sorgere/tramontare della Luna



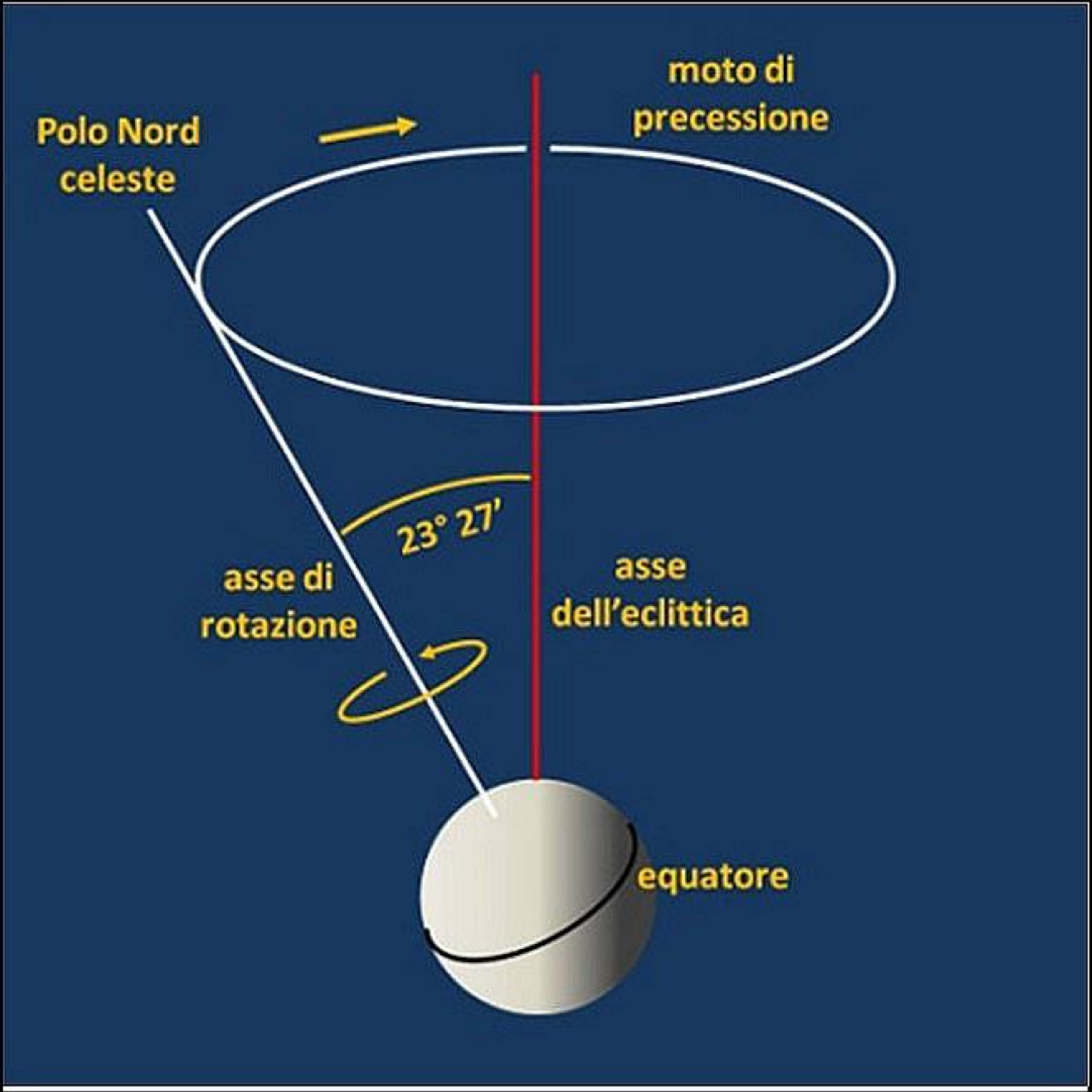
Azimut Astronomico di sorgere/tramontare della Luna

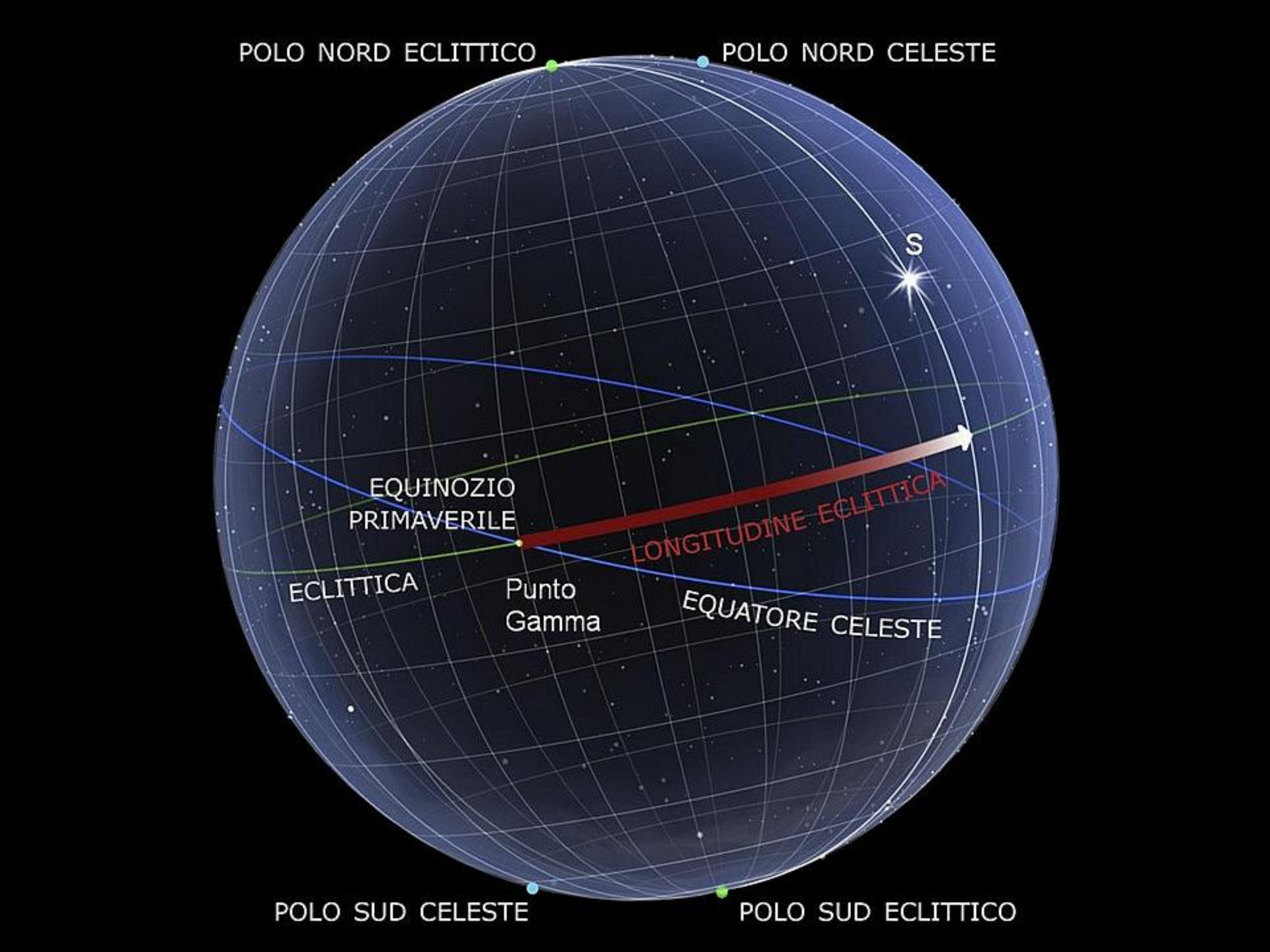


Le Stelle

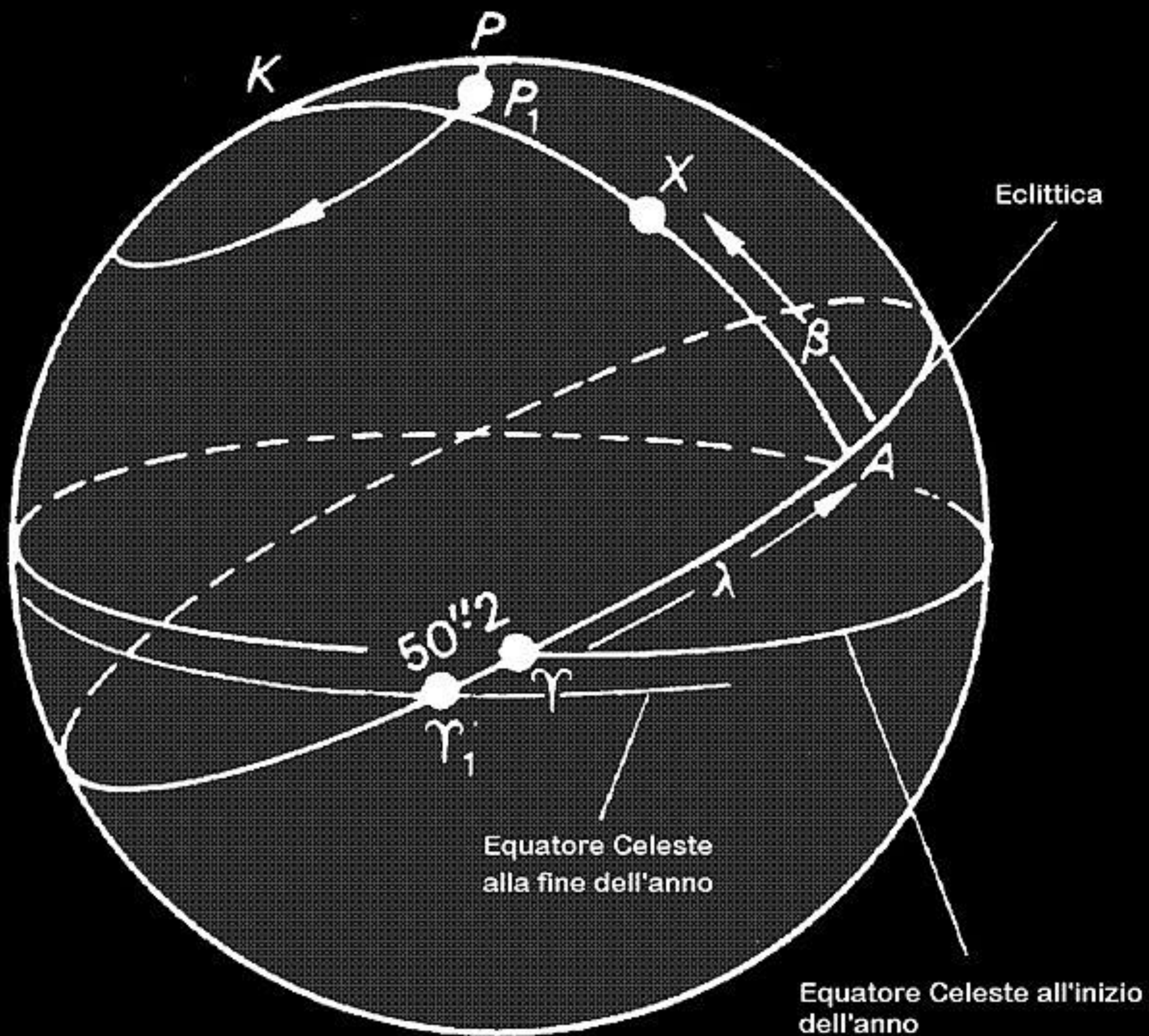
La Precessione lunisolare

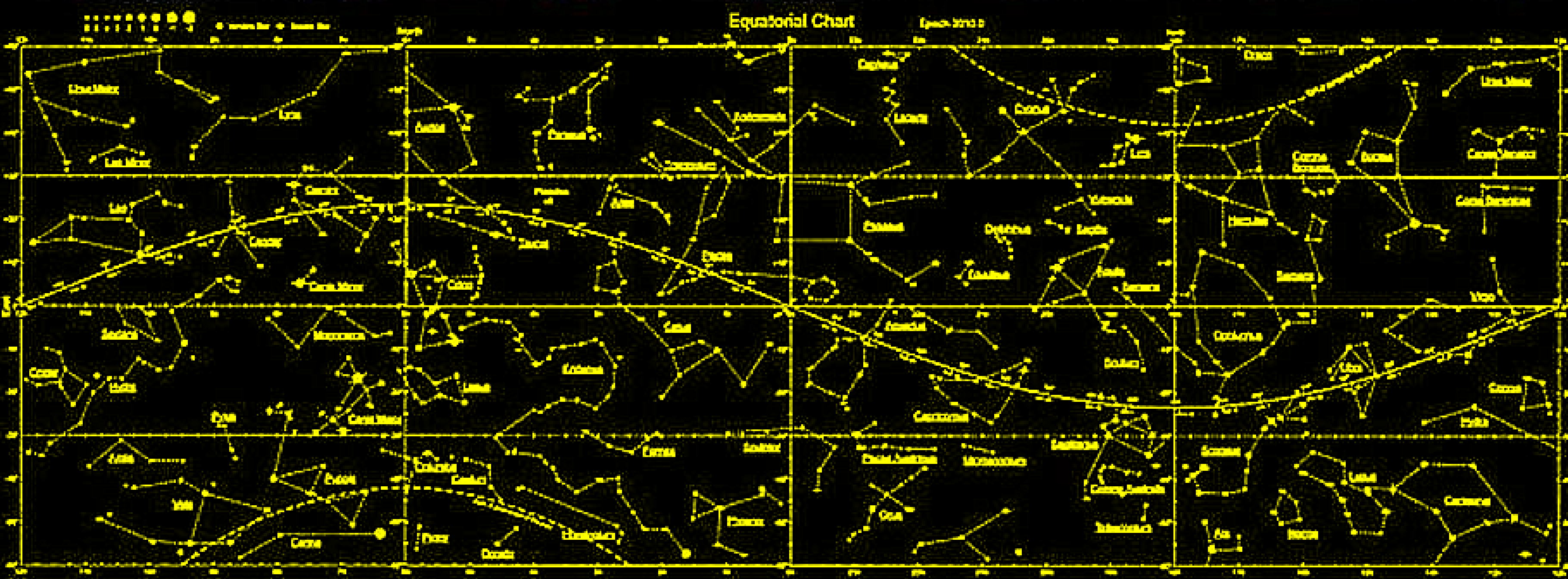
La Precessione Lunisolare




POLO NORD ECLITTICO
POLO NORD CELESTE
S
EQUINOZIO
PRIMAVERILE
LONGITUDINE ECLITTICA
ECLITTICA
Punto
Gamma
EQUATORE CELESTE
POLO SUD CELESTE
POLO SUD ECLITTICO

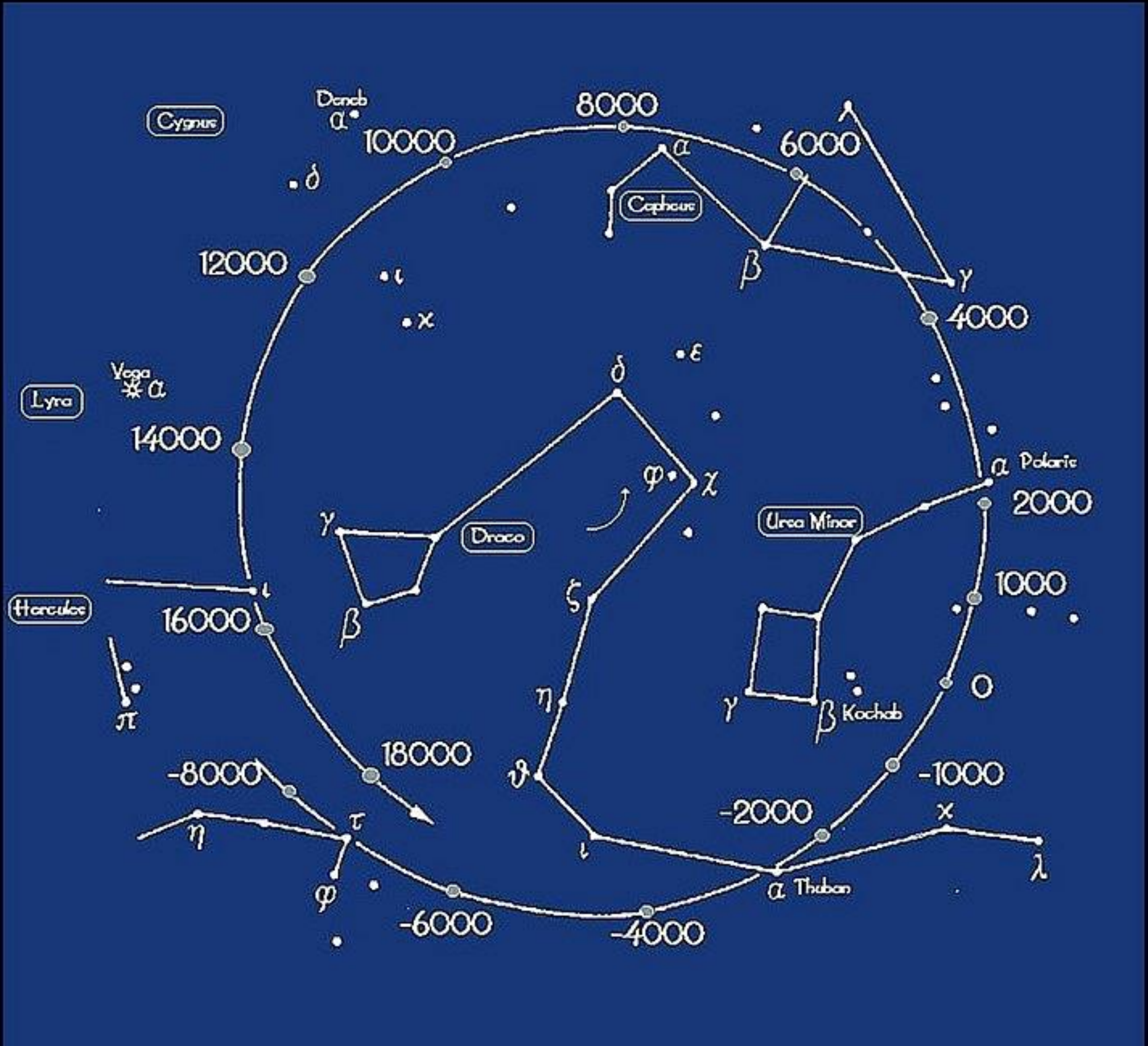
Variazione della posizione del punto Equinoziale Primaverile per effetto della Precessione



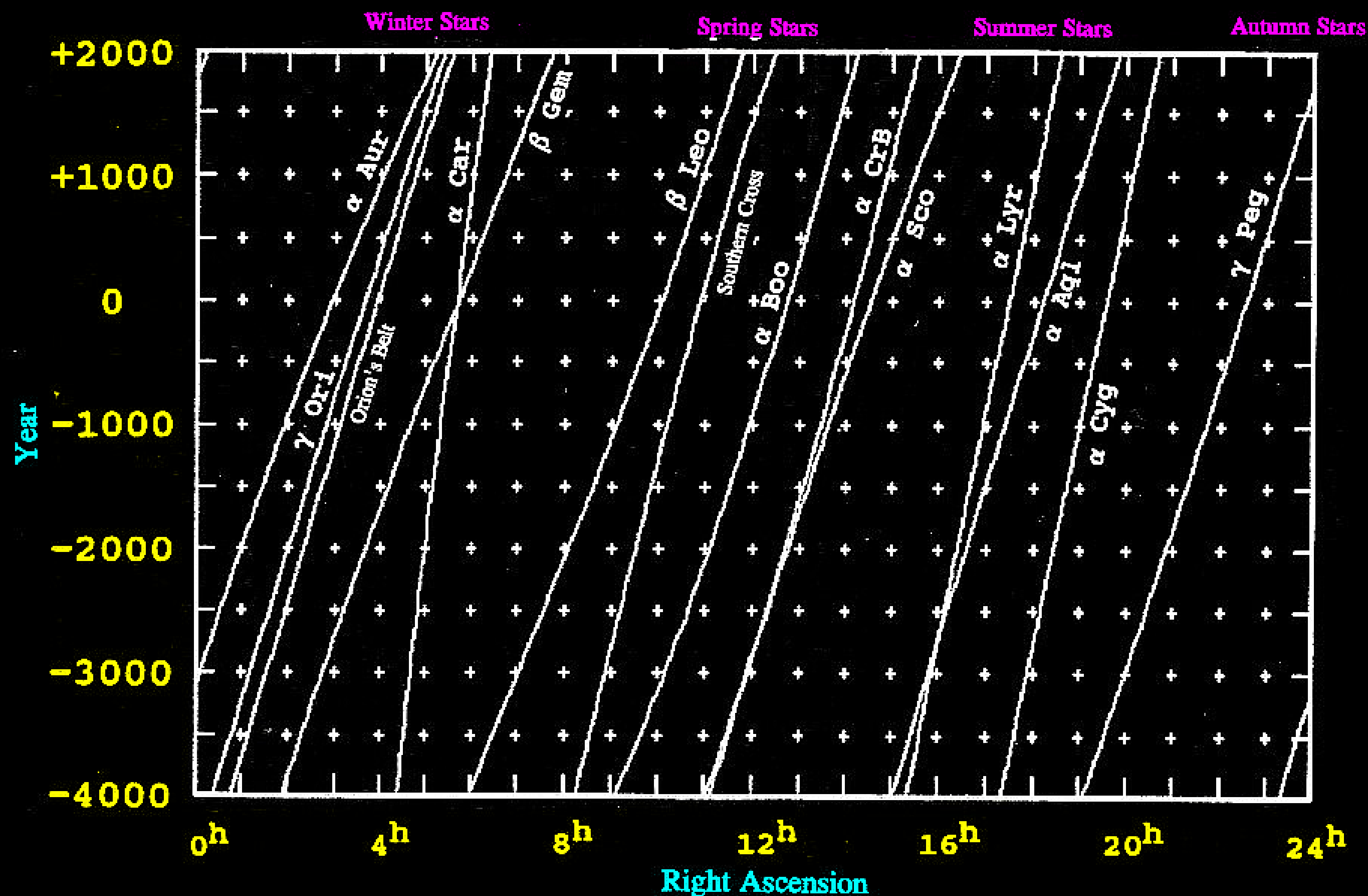


Direzione di spostamento delle costellazioni per effetto della precessione

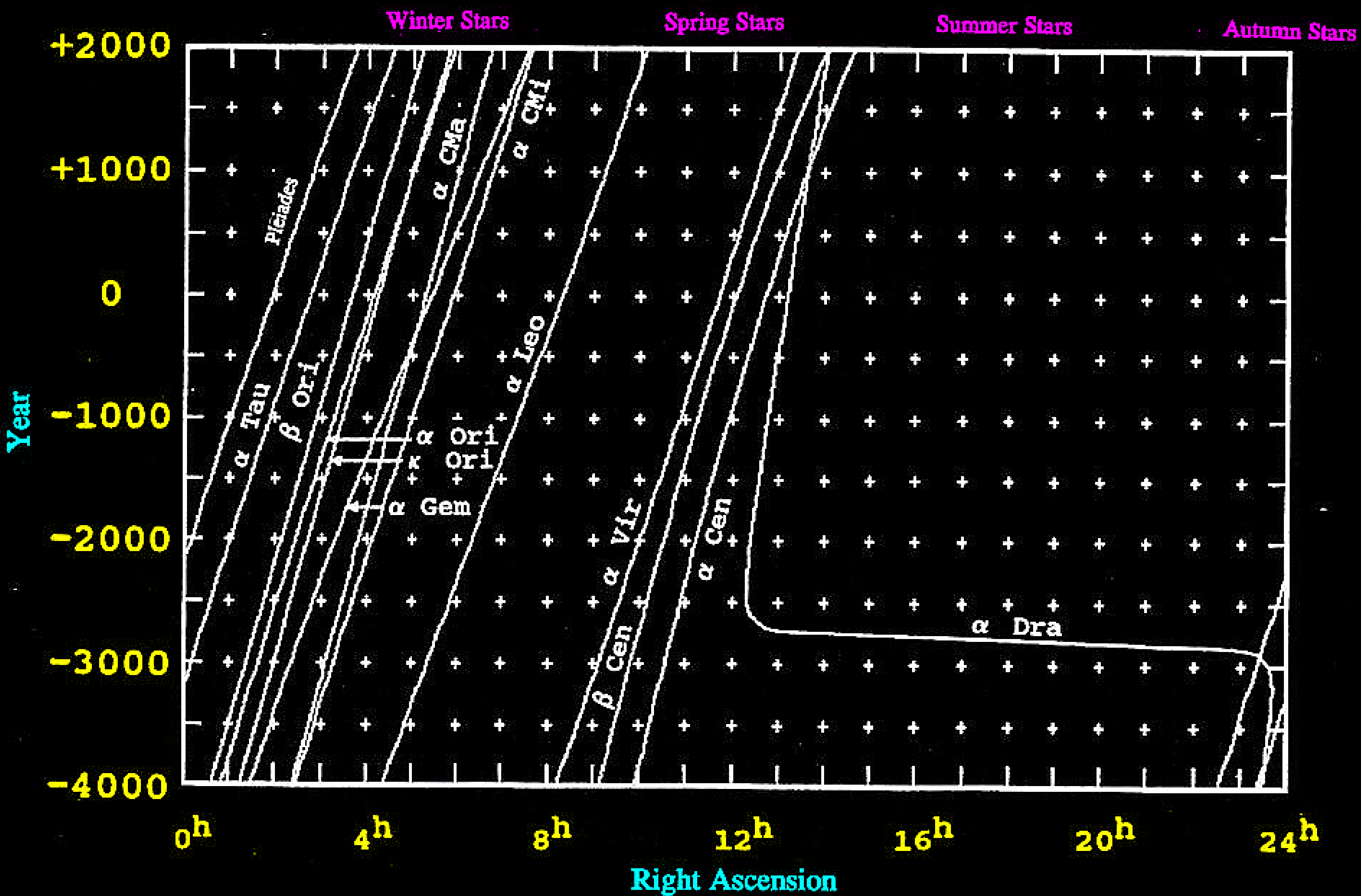
Polo Nord Celeste



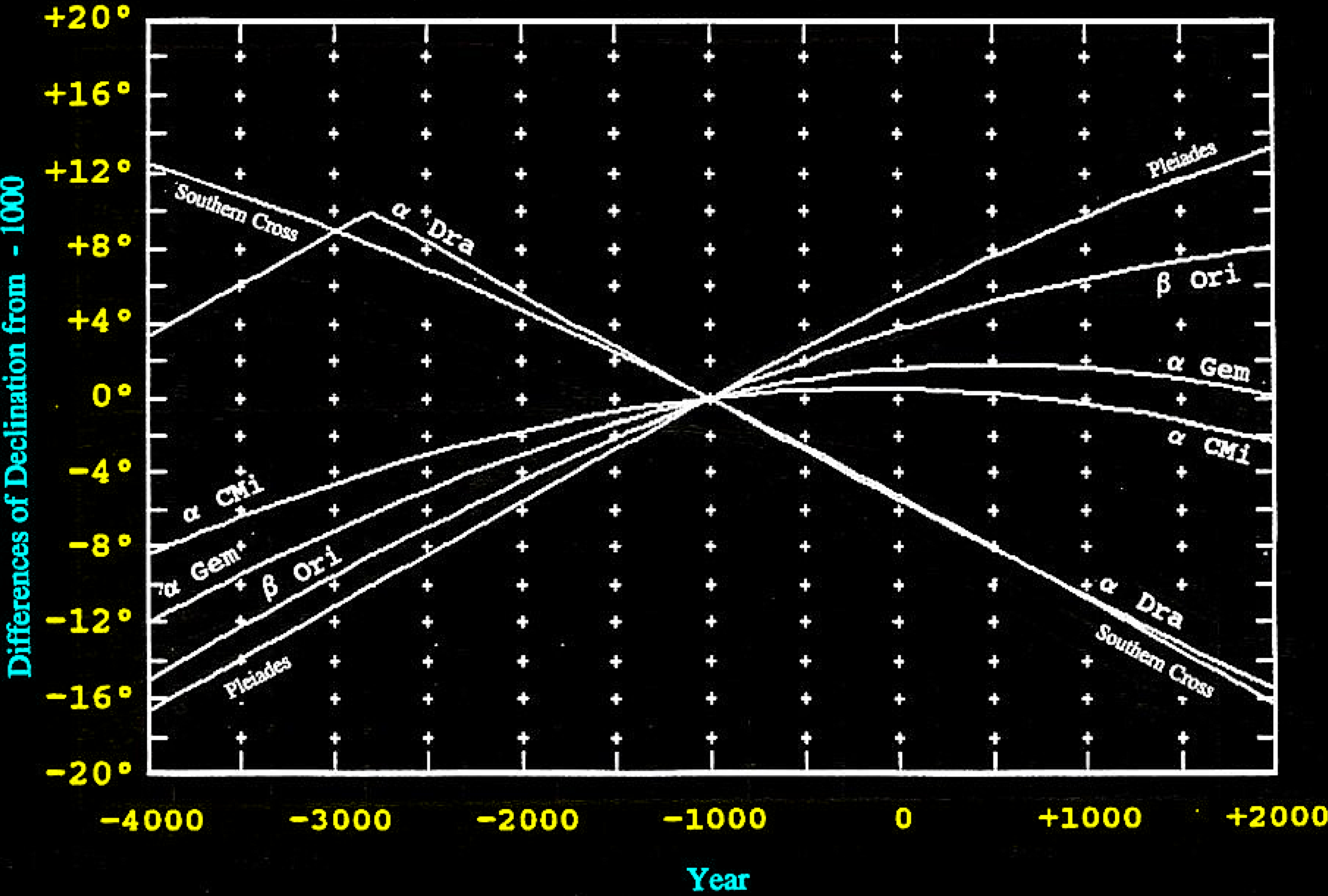
Variazione dell'Ascensione Retta delle Stelle



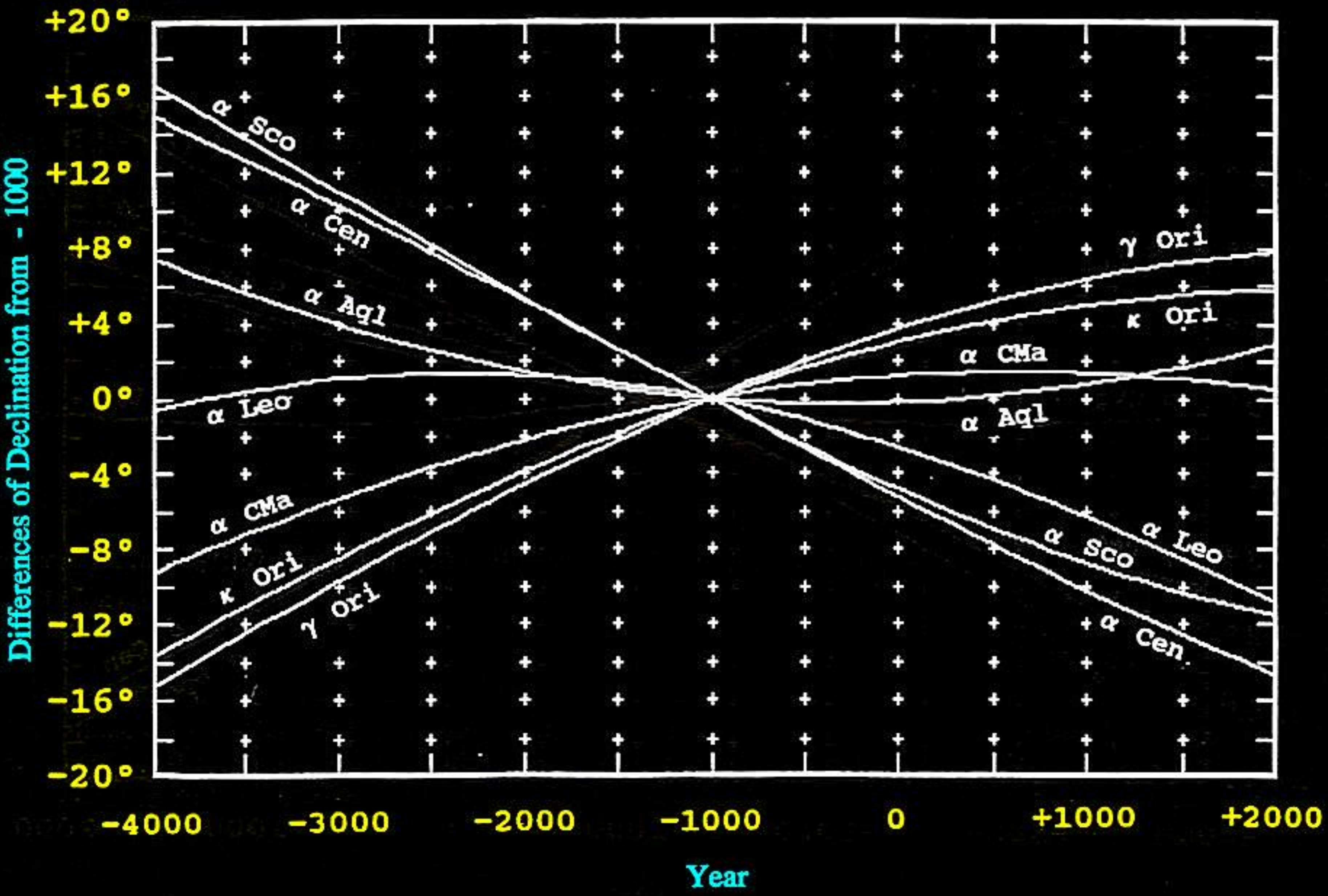
Variazione dell'Ascensione Retta delle Stelle



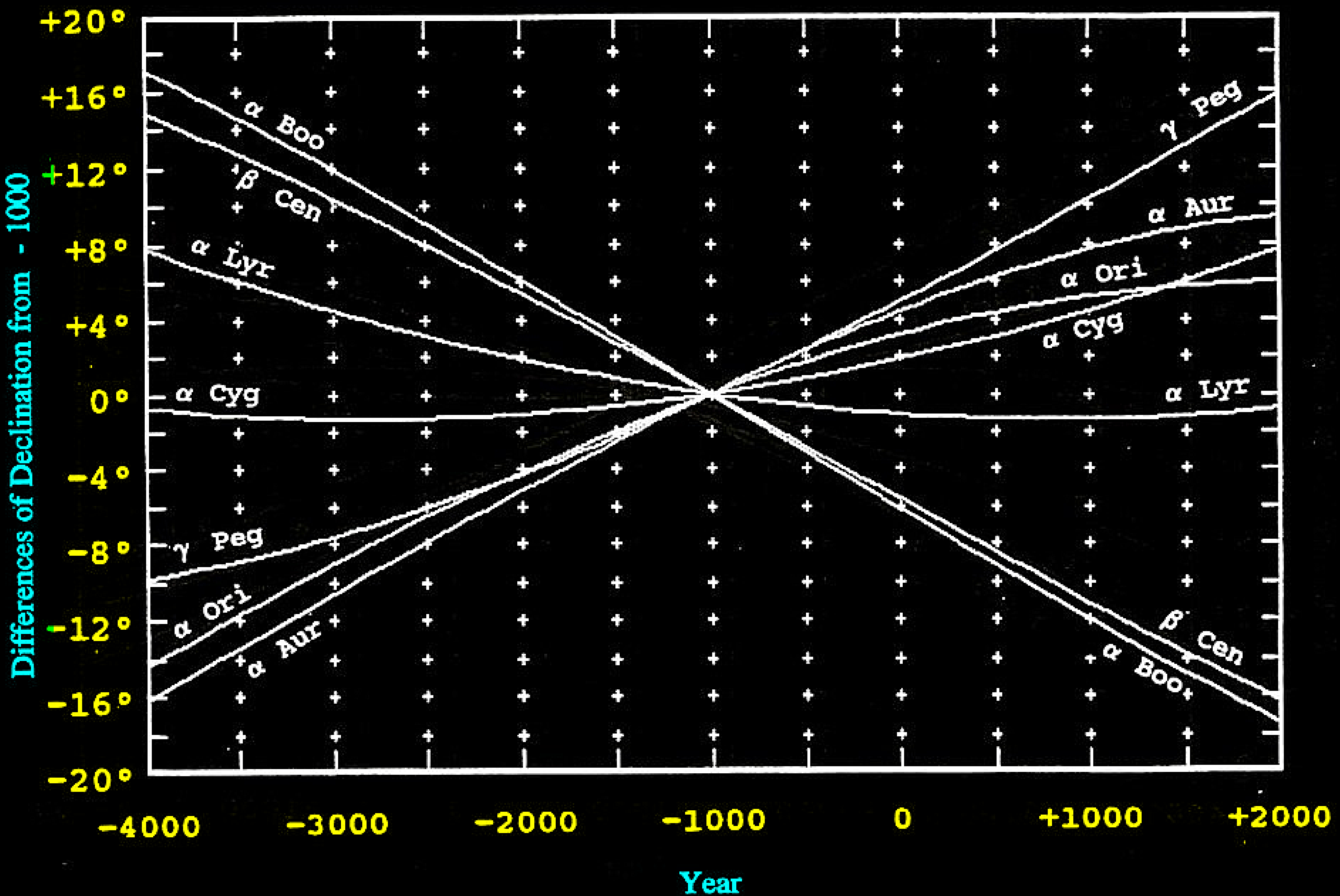
Variazione della Declinazione delle Stelle



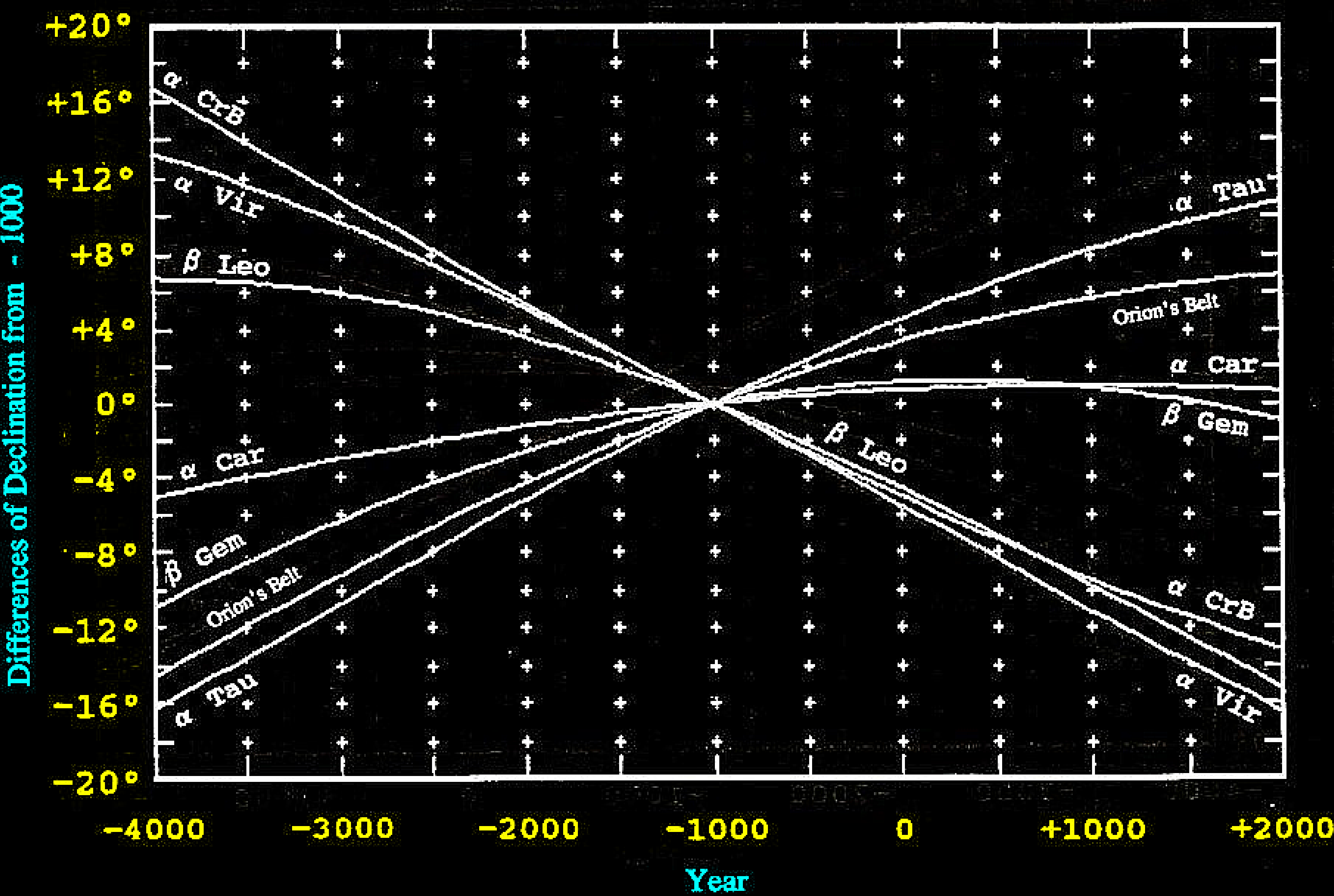
Variazione della Declinazione delle Stelle



Variazione della Declinazione delle Stelle

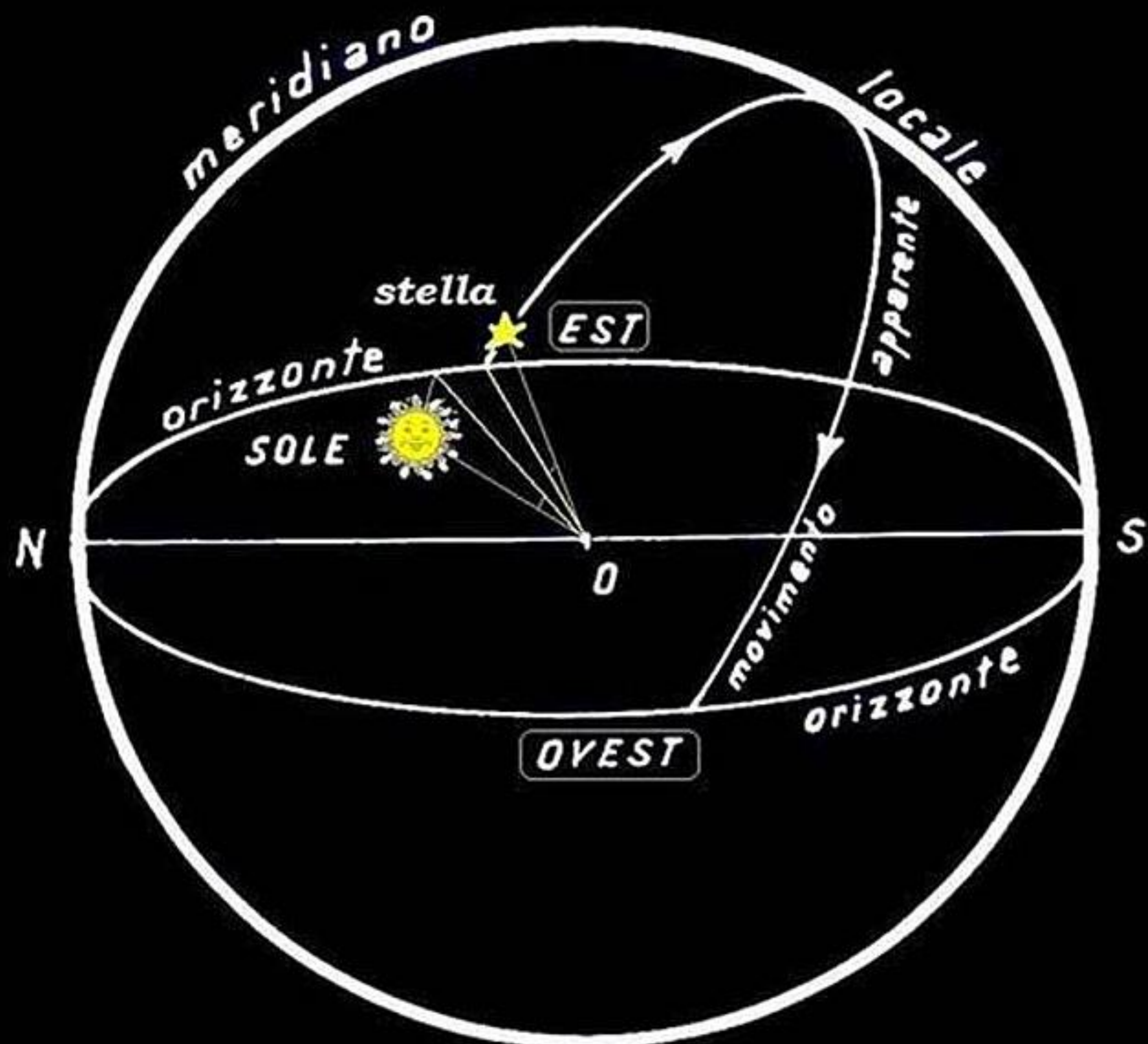


Variazione della Declinazione delle Stelle



Coordinate Equatoriali
riferite all'anno -1000

Star		Declination	Star		Declination
Name	Magnitude	for –1000	Name	Magnitude	for –1000
α Aql (Altair)	0.8^m	5.95°	α Leo (Regulus)	1.4^m	22.85°
α Aur (Capella)	0.1	36.53	β Leo (Denebola)	2.1	29.89
α Boo (Arcturus)	0.0	36.64	α Lyr (Vega)	0.0	39.57
α CMa (Sirius)	–1.5	–17.18	α Ori (Betelgeuse)	0.5	1.42
α CMi (Procyon)	0.4	7.57	β Ori (Rigel)	0.1	–16.26
α Car (Canopus)	–0.7	–53.37	γ Ori (Bellatrix)	1.6	–1.50
α Cen	–0.3	–46.12	Orion's Belt (mean of the three stars)		–7.77
β Cen	0.6	–44.09	κ Ori	2.1	–15.51
α CrB (Gemma)	2.2	39.91	γ Peg (Algenib)	2.8	–0.70
Southern Cross (center of quadrangle)		–43.33	α Sco (Antares)	1.0	–14.87
α Cyg (Deneb)	1.3	37.55	α Tau (Aldebaran)	0.9	5.67
α Dra (Thuban)	3.7	79.94	Pleiades (η Tau)		10.77
α Gem (Castor)	0.8	31.79	α Vir (Spica)	1.0	5.35
β Gem (Pollux)	1.1	28.98			

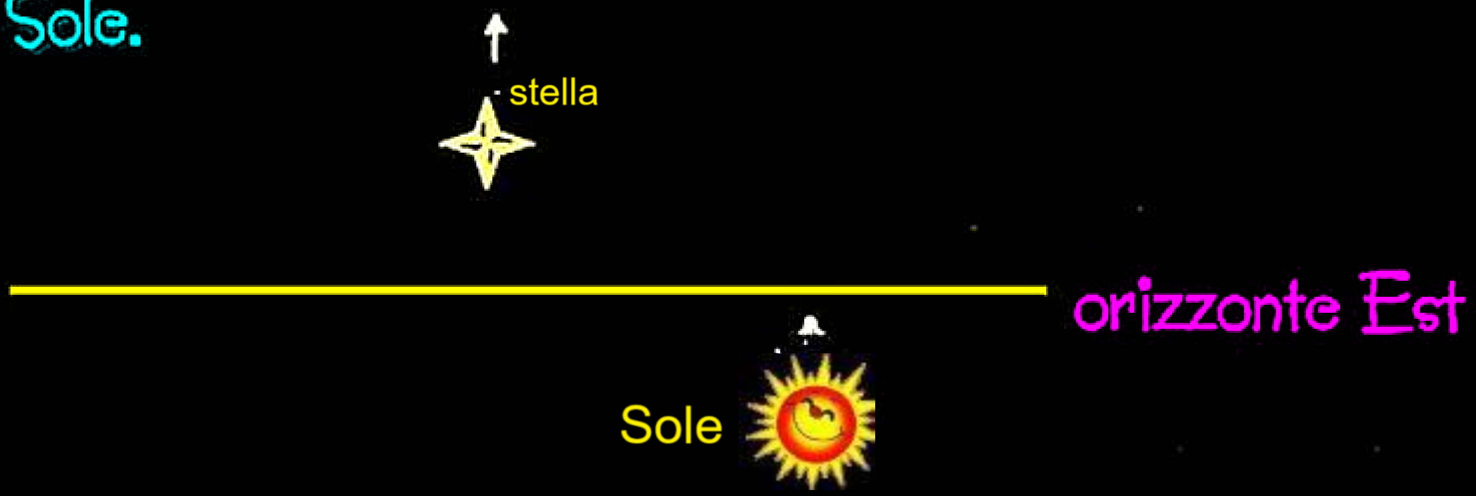


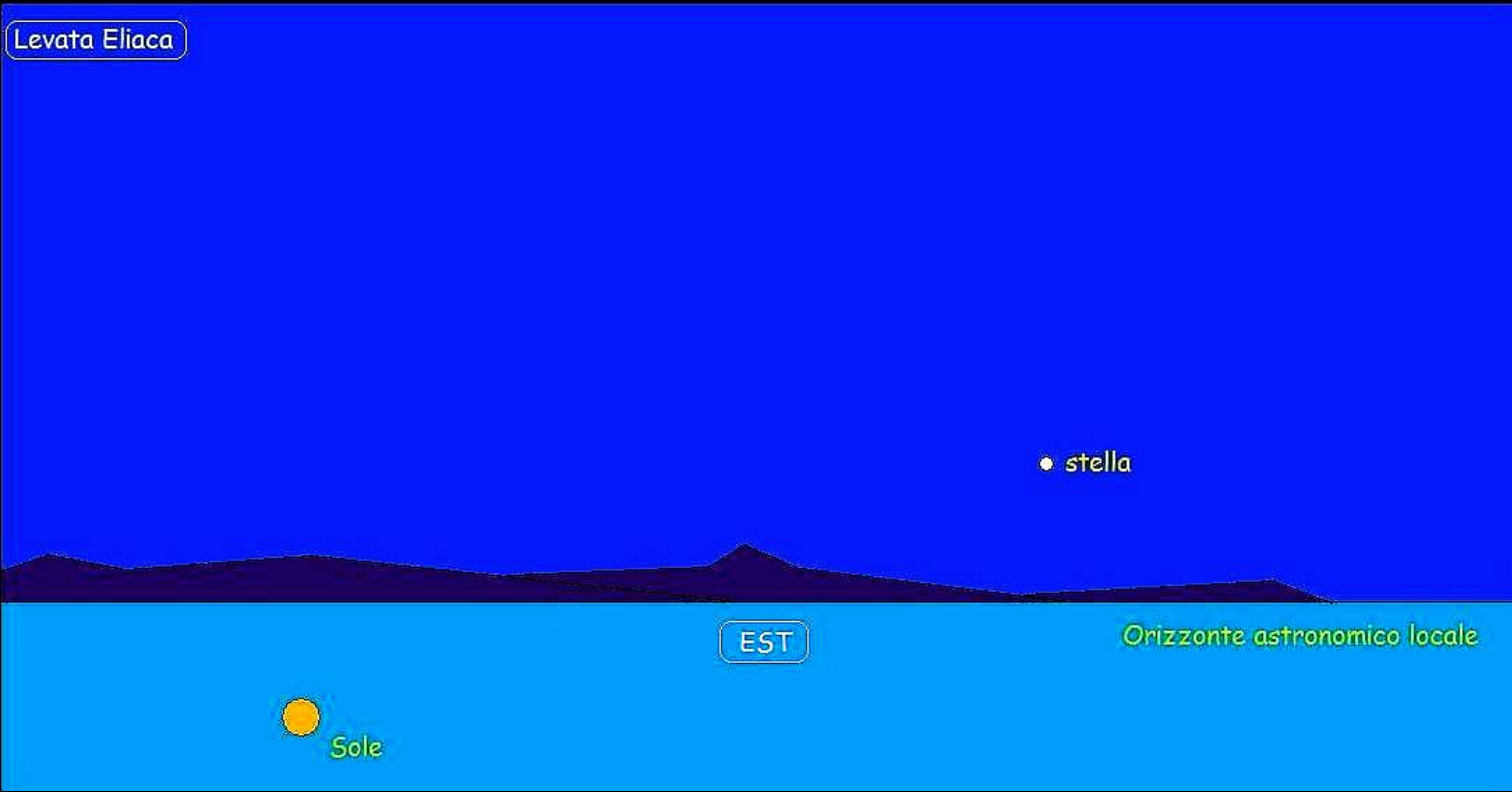
Levata Eliaca

Fenomeni stellari importanti

Levata Eliaca

- La Levata Eliaca di una stella si riferisce al primo giorno di visibilita' dell'oggetto prima del sorgere del Sole.



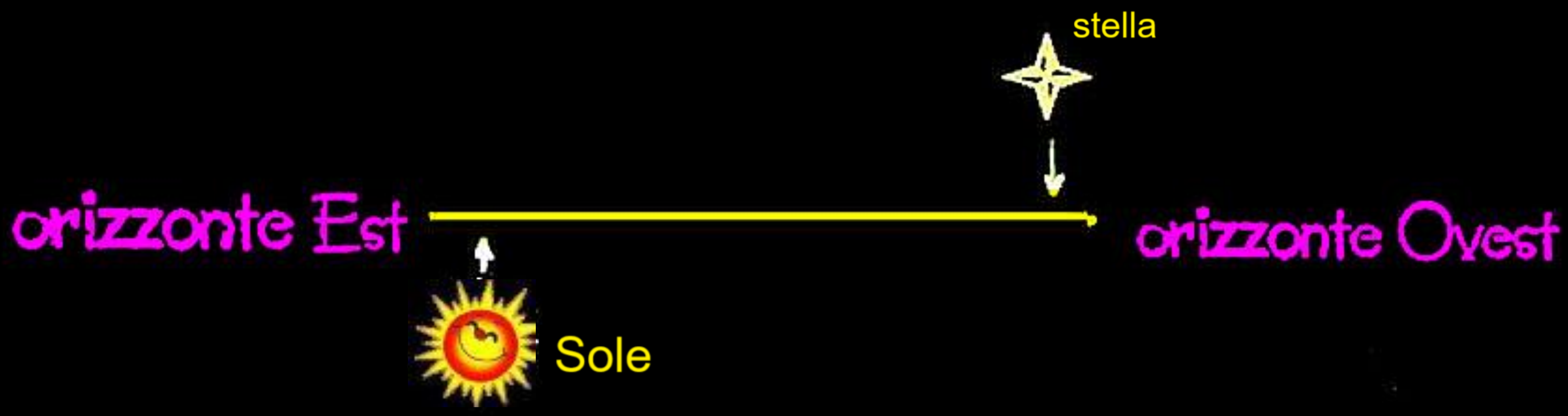

Levata Eliaca
stella
EST
Orizzonte astronomico locale
Sole

Levata Acronica

- La Levata Acronica di una stella si riferisce al primo sorgere dell'oggetto, all'orizzonte Est appena dopo il tramonto del Sole.

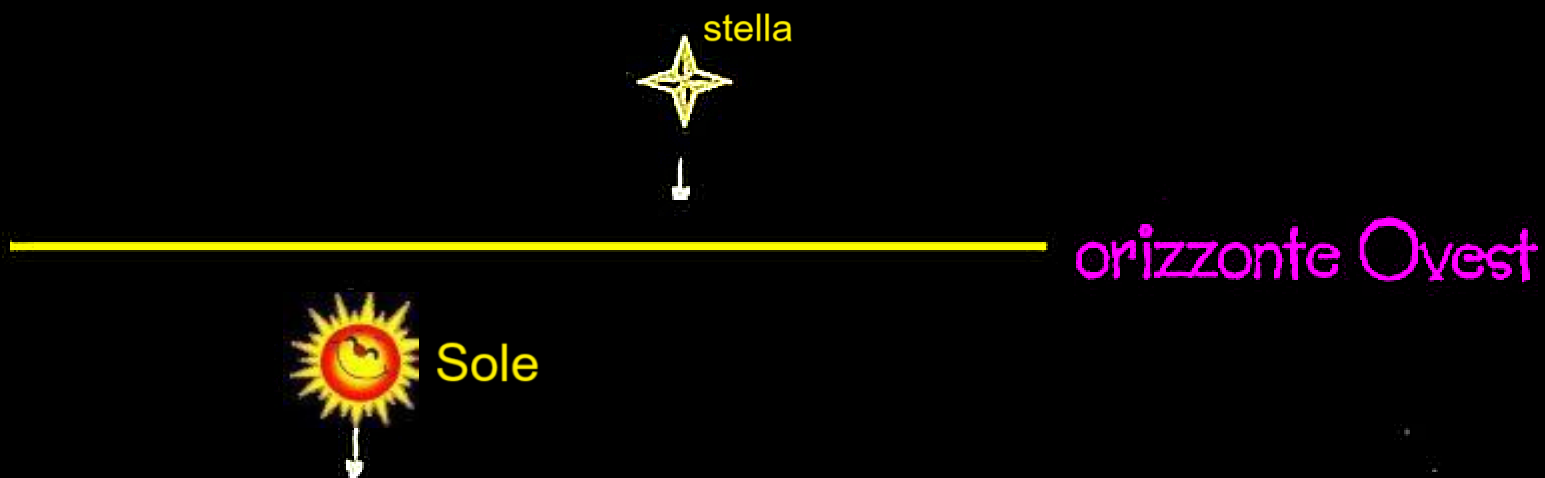
Tramonto Acronico

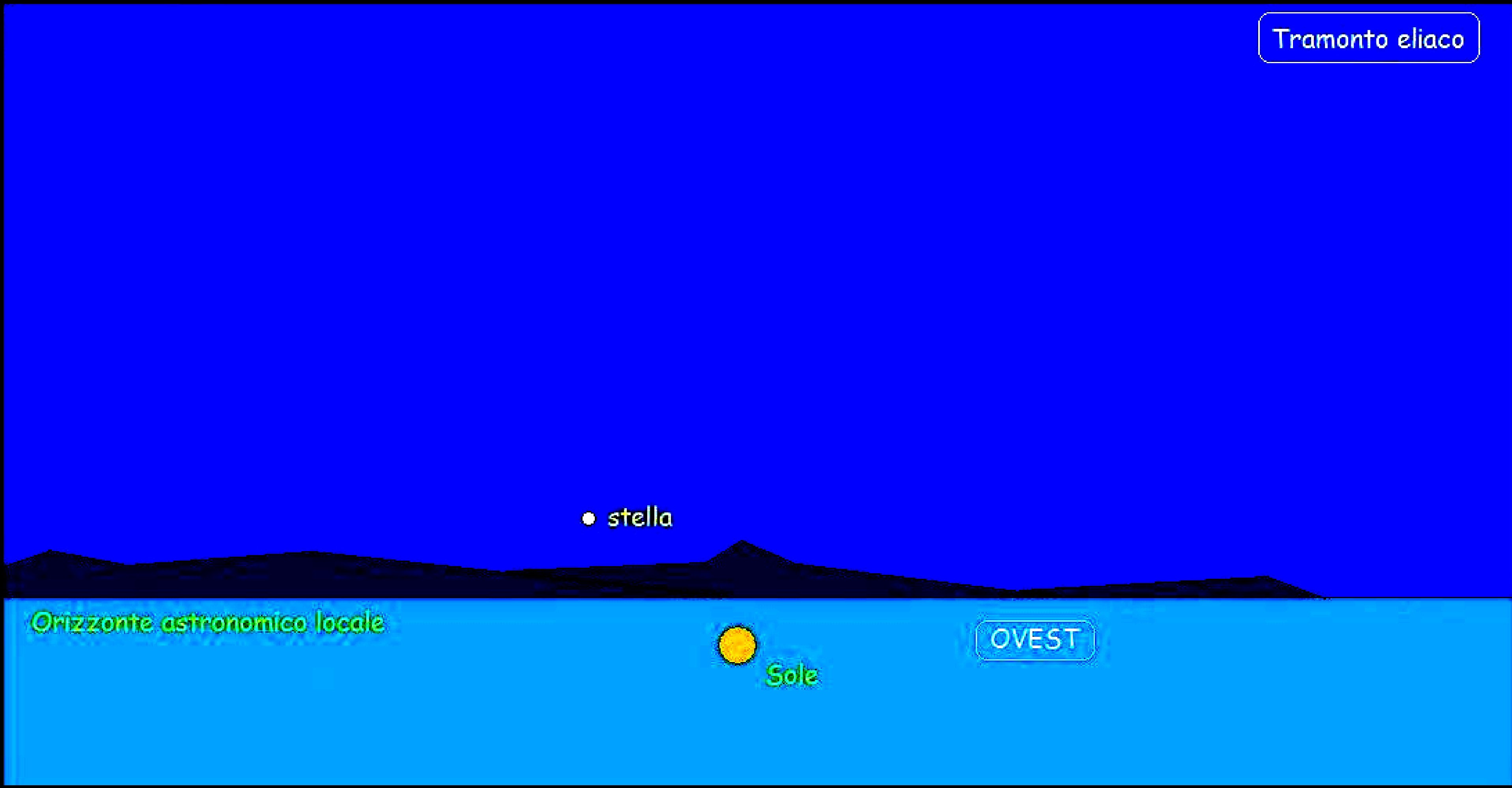
•) Il Tramonto Acronico di una stella si riferisce al tramontare dell'oggetto, all'orizzonte Ovest appena prima del sorgere del Sole.



Tramonto Eliaco

o) Il Tramonto Eliaco di una stella si riferisce al primo giorno di visibilita' dell'oggetto appena dopo il tramonto del Sole.




Tramonto eliaco
stella
Orizzonte astronomico locale
Sole
OVEST

Fenomeni eliaci delle stelle

Data di Levata Eliaca (Heliacal Rising)

$T(HR) = To(HR) + 0{,}014 \cdot (Y - Yo) + 0{,}92 \cdot (f + fo) + 23 \cdot (K - Ko) + ...$

Data di Tramonto Eliaco (Heliacal Setting)

$T(HS) = To(HS) + 0{,}014 \cdot (Y - Yo) + 0{,}92 \cdot (f + fo) + 23 \cdot (K - Ko) + ...$

Data di Levata Acronica (Cosmic Rising)

$T(CR) = T(HR) - 15$ giorni

Data di Tramonto Acronico (Cosmic Setting)

$T(CS) = T(HS) + 17$ giorni

To(HR) = data di levata eliaca per Y=Yo, f=fo e K=Ko.
To(HS) = data di tramonto eliaco per Y=Yo, f=fo e K=Ko.
Y = anno ; f = latitudine, K= coefficiente di estinzione atmosferica (K=0,2 durante l'età del Ferro).

Levate e Tramonti eliaci

stella	Id.	cos	Roma		Milano		Firenze		Napoli		Cagliari		Palermo	
			L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.	L.E.	T.E.
Aldebaran	α	Tau	28.06	11.05	1.07	10.05	29.06	11.05	26.06	11.05	26.06	12.05	25.06	13..05
Algol	β	Per	14.04	20.05	26.03	25.05	6.04	22.05	18.04	19.05	22.04	18.05	25.04	17.05
Alnilam	ε	Ori	25.07	9.05	29.07	6.05	27.07	7.05	24.07	9.05	23.07	11.05	22.07	12.05
Alphard	α	Hya	13.09	18.06	15.09	12.06	14.09	15.06	12.09	20.06	12.09	22.06	11.09	24.06
Alphecca	α	Crb	29.10	15.12	25.10	20.12	27.10	18.12	29.10	13.12	31.10	12.12	1.11	10.12
Alpheratz	α	And	2.03	31.03	22.02	2.04	26.02	1.04	4.03	30.03	6.03	29.03	9.03	29.03
Altair	α	Aql	4.01	24.01	1.01	26.01	2.01	25.01	4.01	23.01	6.01	23.01	6.01	22.01
Antares	α	Sco	20.12	3.11	22.12	30.10	21.12	1.11	20.12	4.11	19.12	5.11	19.12	7.11
Arturo	α	Boo	17.10	20.11	14.10	25.11	15.10	22.11	17.10	18.11	18.10	17.11	19.10	15.11
Bellatrix	γ	Ori	18.07	12.05	21.07	9.05	19.07	10.05	17.07	12.05	16.07	13.05	15.07	14.05
Betelgeuse	α	Ori	21.07	20.05	23.07	18.05	22.07	19.05	20.07	21.05	19.07	22.05	19.07	23.05
Capella	α	Aur	1.05	11.07	circ	circ	circ	circ	9.05	5.07	14.05	2.07	19.05	29.06
Castore	α	Gem	21.07	4.07	20.07	4.07	20.07	4.07	20.07	4.07	21.07	4.07	21.07	4.07
Deneb	α	Cyg	26.11	20.03	circ	circ	15.11	30.03	30.11	16.03	4.12	12.03	8.12	10.03
Denebola	β	Leo	24.09	9.09	24.09	9.09	24.09	9.09	24.09	8.09	25.09	8.09	25.09	9.09
El Nath	β	Tau	28.06	30.05	30.06	30.05	29.06	30.05	28.06	30.05	27.06	31.05	27.06	31.05
Fomalhaut	α	Psa	15.05	30.01	28.05	27.01	22.05	29.01	11.05	31.01	7.05	1.02	3.05	1.02
Hamal	α	Ari	8.05	17.04	10.05	17.04	9.05	17.04	8.05	17.04	8.05	17.04	7.05	17.04
Menkalinan	β	Aur	1.06	11.07	circ	circ	20.05	23.07	4.06	7.07	7.06	5.07	10.06	2.07
Pleiadi (Alcyone)	η	Tau	13.06	5.05	17.06	4.05	15.06	5.05	12.06	5.05	11.06	5.05	11.06	5.05
Polluce	β	Gem	26.07	2.07	26.07	30.06	26.07	1.07	26.07	2.07	26.07	3.07	26.07	3.07
Procione	α	CMi	11.08	9.06	13.08	5.06	12.08	7.06	10.08	10.06	10.08	12.06	9.08	13.06
Rasalhague	α	Oph	4.12	28.12	1.12	31.12	2.12	30.12	4.12	27.12	6.12	26.12	6.12	26.12
Regolo	α	Leo	5.09	24.07	6.09	20.07	6.09	22.07	5.09	25.07	5.09	27.07	5.09	28.07
Rigel	β	Ori	23.07	3.05	27.07	29.04	25.07	1.05	21.07	3.05	20.07	5.05	19.07	6.05
Scheat	β	Peg	8.02	17.03	1.02	19.03	5.02	18.03	10.02	16.03	13.02	15.03	15.02	14.03
Shaula	λ	Sco	23.01	2.11	31.01	22.10	27.01	28.10	21.01	4.11	19.01	6.11	17.01	8.11
Sirio	α	CMa	13.08	16.05	17.08	12.05	15.08	14.05	12.08	18.05	11.08	19.05	9.08	21.05
Spica	α	Vir	31.10	14.09	31.10	8.09	31.10	11.09	30.10	15.09	30.10	17.09	30.10	18.09
Vega	α	Lyr	15.11	11.02	7.11	17.02	11.11	14.02	17.11	8.02	19.11	6.02	22.11	3.02

L.E. = Levata Eliaca

T.E. = Tramonto Eliaco

data=giorno.mese

I Pianeti

Periodi sinodico e siderale dei pianeti

Pianeta	Distanza dal Sole relativa alla distanza della Terra = 1.000	Distanza dal Sole in milioni di km	Periodo siderale Anni	Periodo sinodico Giorni
Mercurio	0,387	57,9	0,2408	116
Venere	0,723	108,1	0,6152	584
Terra	1,000	149,7	1,0000	—
Marte	1,524	228,0	1,8808	780
Giove	5,203	778,9	11,862	399
Saturno	9,539	1427,4	29,457	378
Urano	19,19	2872,6	84,013	370
Nettuno	30,07	4498,0	164,783	367
Plutone	39,52	5914,2	248,420	367

Periodo sinodico e siderale di un pianeta esterno

Le relazioni tra le frequenze sinodica e siderale sono:

$$\omega_{pianeta}^{sinodica} = \omega_{terra}^{siderale} - \omega_{pianeta}^{siderale}$$

$$\omega_{pianeta}^{siderale} = \omega_{terra}^{siderale} - \omega_{pianeta}^{sinodica}$$

$$T_{pianeta}^{siderale} = \frac{1}{\frac{1}{T_{terra}^{siderale}} - \frac{1}{T_{pianeta}^{sinodico}}}$$

in cui:

ω = Frequenza = $1/T$

T = Periodo

Periodo sinodico e siderale di un pianeta interno

Le relazioni tra le frequenze sinodica e siderale sono:

$$\omega_{pianeta}^{sinodica} = \omega_{pianeta}^{siderale} - \omega_{terra}^{siderale}$$

$$\omega_{pianeta}^{siderale} = \omega_{terra}^{siderale} + \omega_{pianeta}^{sinodica}$$

$$T_{pianeta}^{siderale} = \frac{1}{\frac{1}{T_{terra}^{siderale}} + \frac{1}{T_{pianeta}^{sinodico}}}$$

in cui:

ω = Frequenza = $1/T$

T = Periodo

Cicli sinodici e siderali dei pianeti

La ripetitività dei fenomeni sinodici e siderali mostrati dai pianeti è regolata dalla seguente relazione:

$$m \cdot \theta = n \cdot T + \Delta_1 = k \cdot A + \Delta_2$$

in cui:

θ = periodo sinodico del pieneta
T = periodo siderale del pianeta
A = anni solari tropici
Δ_1, Δ_2 = scarti temporali
m, n, k = numeri interi positivi

Principali cicli sinodici/siderali dei pianeti

Mercurio

$19 \cdot \theta = 25 \cdot T + 2{,}4$ giorni $= 6$ anni $+ 10{,}1$ giorni
$22 \cdot \theta = 29 \cdot T - 1{,}8$ giorni $= 7$ anni $- 7{,}5$ giorni
$41 \cdot \theta = 54 \cdot T + 0{,}6$ giorni $= 13$ anni $+ 2{,}7$ giorni
$145 \cdot \theta = 191 \cdot T + 0{,}1$ giorni $= 46$ anni $+ 0{,}5$ giorni

Venere

$5 \cdot \theta = 13 \cdot T - 1{,}5$ giorni $= 8$ anni $- 2{,}4$ giorni
$152 \cdot \theta = 395 \cdot T - 0{,}8$ giorni $= 243$ anni $- 1{,}3$ giorni

---

in cui:

θ = periodo sinodico del pieneta
T = periodo siderale del pianeta
A = anni solari tropici
Δ_1, Δ_2 = scarti temporali
m, n, k = numeri interi positivi

Marte

$$7 \cdot \theta = 8 \cdot T - 36{,}3 \text{ giorni} = 15 \text{ anni} - 19{,}3 \text{ giorni}$$
$$15 \cdot \theta = 17 \cdot T + 20{,}4 \text{ giorni} = 32 \text{ anni} + 10{,}8 \text{ giorni}$$
$$37 \cdot \theta = 42 \cdot T + 4{,}5 \text{ giorni} = 79 \text{ anni} + 2{,}4 \text{ giorni}$$

Giove

$$76 \cdot \theta = 7 \cdot T - 1{,}3 \text{ giorni} = 83 \text{ anni} - 2{,}9 \text{ giorni}$$

Saturno

$$57 \cdot \theta = 2 \cdot T + 1{,}0 \text{ giorni} = 59 \text{ anni} - 1{,}8 \text{ giorni}$$

---

in cui:

θ = periodo sinodico del pieneta
T = periodo siderale del pianeta
A = anni solari tropici
Δ_1, Δ_2 = scarti temporali
m, n, k = numeri interi positivi

Periodicità dei fenomeni sinodici planetari

I pianeti del Sistema Solare presentano all'osservatore una serie di fenomeni periodici di tipo sinodico, cioè osservabili da Terra e e che sono in relazione sia con la periodicità siderale dei pianeti che del periodo orbitale della Terra su cui è ubicato l'osservatore. Ciascun pianeta quindi è caratterizzato da una periodicità di ripetizione di tali fenomeni i quali sono i seguenti:

a) Levate eliache
b) Tramonti eliaci
c) Levate acroniche
d) Occasi cosmici
e) Prime stazioni
f) Opposizioni al Sole
g) Rivoluzioni sinodiche
h) Ritorno alla stessa posizione rispetto alle stelle
i) Massime declinazioni estreme
j) Minime declinazioni estreme

etc...

La seguente tabella elenca i fenomeni sinodici/siderali e le relative periodicità.

Periodi sinodici planetari

Pianeta	No. Fenomeni sinodici	No. Rivoluzioni siderali	Periodo (anni solari tropici)
Mercurio	145	46	46
Venere	5	3	8
Marte	37	5	79 (anche 47)
Giove	76	7	83 (anche 71)
Saturno	57	2	59
Luna	235	254	19 (Metone)
	223	241	18 (Saros)

Esempio: Venere in 8 anni solari tropici esegue 3 rivoluzioni siderali e 5 fenomeni sinodici, ad esempio la massima e la minima declinazione estreme si ripetono ogni 8 anni, mentre le massime e minime declinazioni ordinarie si ripetono ad ogni rivoluzione siderale.

Nei successivi 8 anni si ripeterà la medesima sequenza dei fenomeni sinodici nello stesso ordine del ciclo precedente.

Eventi sinodici dei pianeti

Evento sinodico	Giorni trascorsi dalla congiunzione superiore	
	Mercurio	Venere
Congiunzione superiore	0	0
Stella della sera	20	39
Max elongazione alla sera	36	221
Max luminosita	42	257
Scompare come Stella della sera	48	285
Congiunzione inferiore	58	292
Stella del mattino	68	299
Max luminosita	74	327
Max elongazione al mattino	80	362
Scompare come Stella del mattino	104	545
Congiunzione superiore	116	584

	Marte	Giove	Saturno
Congiunzione superiore	0	0	0
Stella del mattino	65	20	20
Inizia moto retrogrado	353	140	125
Opposizione	390	200	189
Termina moto retrogrado	427	260	253
Scompare come Stella della sera	725	379	358
Congiunzione superiore	780	399	378

Massime e minime declinazioni dei pianeti

variazioni secolari dal 3000 BC al 1000 AD

(approssimzazioni del 1° ordine)

Mercurio

$\max(\delta) = 25°,66890 - 0,00003402 \times Y$

$\min(\delta) = -24°,99875 - 0,00000038 \times Y$

Venere

$\max(\delta) = 26°,85892 + 0,00034446 \times Y$

$\min(\delta) = -25°,94516 + 0,00000184 \times Y$

Marte

$\max(\delta) = 27°,85316 - 0,00032692 \times Y$

$\min(\delta) = -29°,31994 + 0,00032394 \times Y$

Giove

$\max(\delta) = 24°,25266 - 0,00038567 \times Y$

$\min(\delta) = -23°,49920 + 0,00049880 \times Y$

Saturno

$\max(\delta) = 23°,80747 - 0,00050651 \times Y$

$\min(\delta) = -23°,07855 + 0,00064015 \times Y$

δ = declinazione ; Y = anno (−3000⩽anno⩽1000)

$$Az = \arccos[(\sin(\delta)-\sin(\varphi) \cdot \sin(ho)) / (\cos(\varphi)\cdot\cos(ho))]$$

Grazie per l'attenzione!!!