



Università "Cardinale Giovanni Colombo" - Milano

A.A. 2024 - 2025

Corso di Archeoastronomia

Docente: **Adriano Gaspani**

Lezione 19

La Geometria pratica e la
Geometria simbolica

Simbolismo Celeste Medioevale

quicquid significans ad

celo

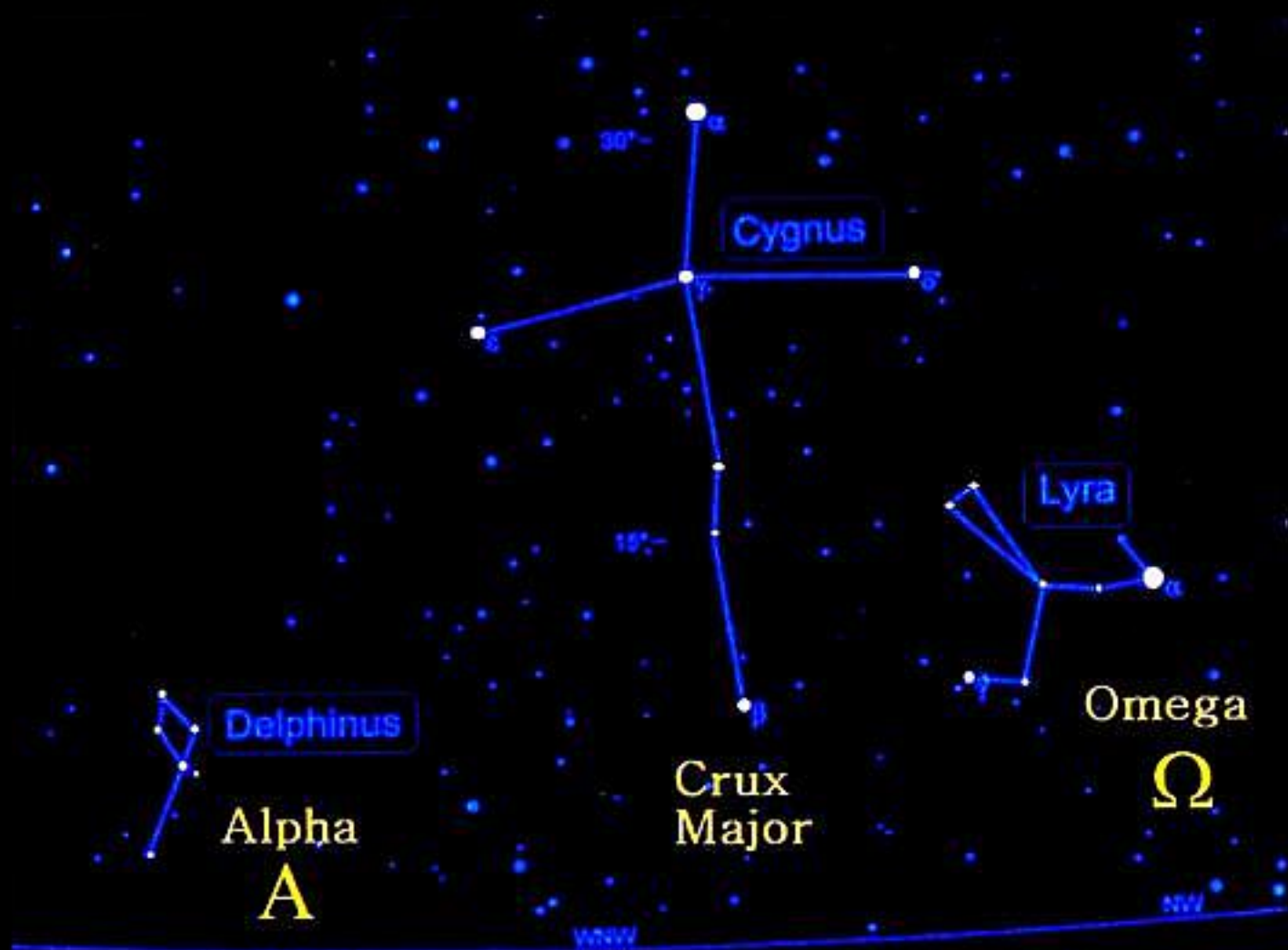


Em. I. eccidit  apparet. p. d.

et in a r p p o p h e t a r.



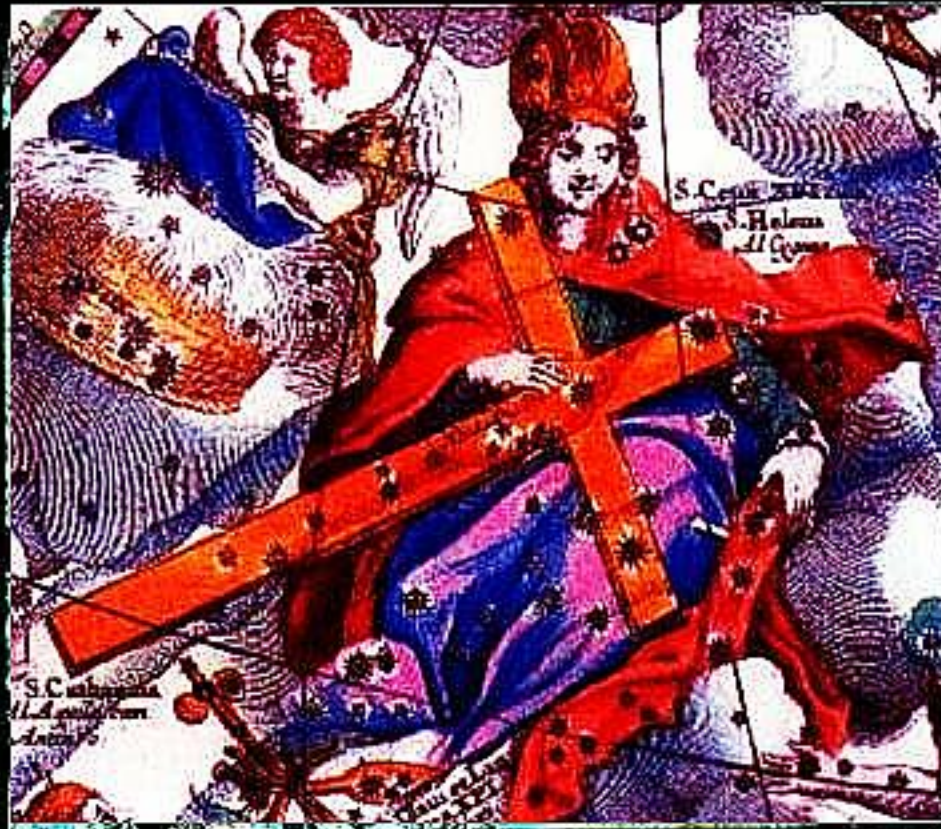
L'Esaltazione della Croce.
Ai lati della croce sono appese e lettere greche
Α e Ω appese ai bracci.



Tramonto delle costellazioni del Cygnus (Crux Major), Delphinus (Alpha) e Lyra (Omega) all'epoca di Gregorio da Tours (575 d.C.) a Tours.

La Croce di Sant'Elena

Dall'Atlas Cristianorum di Schiller (1627).

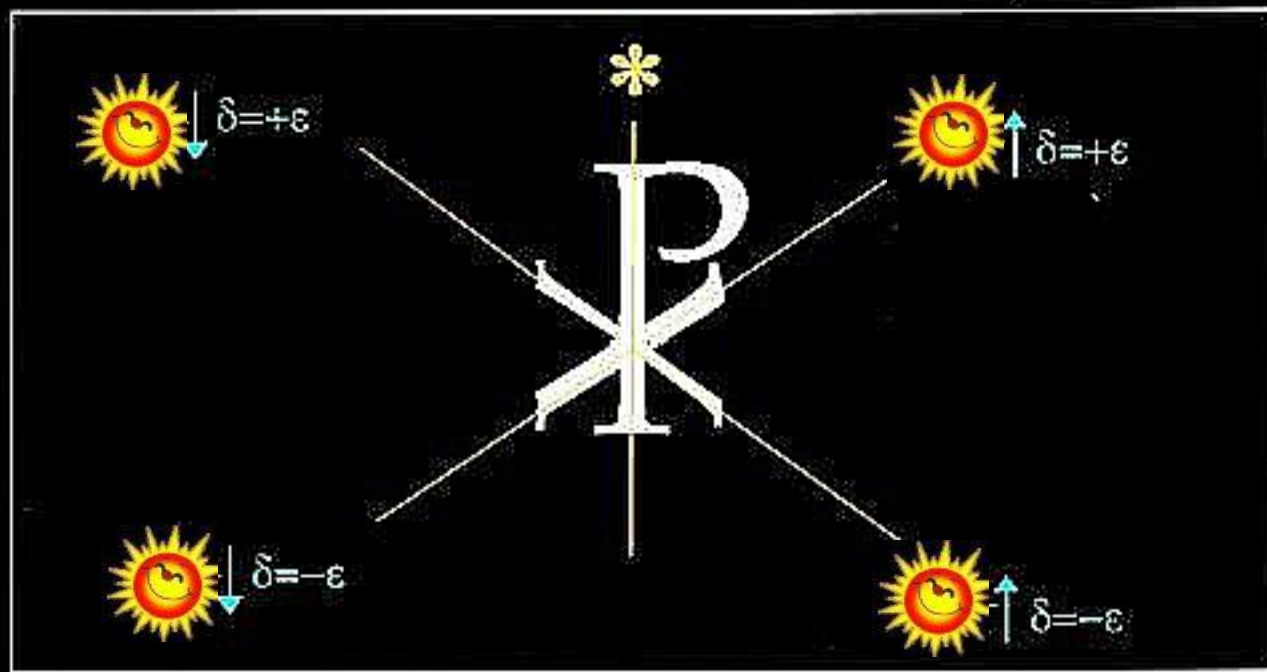


(Cygnus)

Il significato simbolico del monogramma X-P (Chi-Ro):



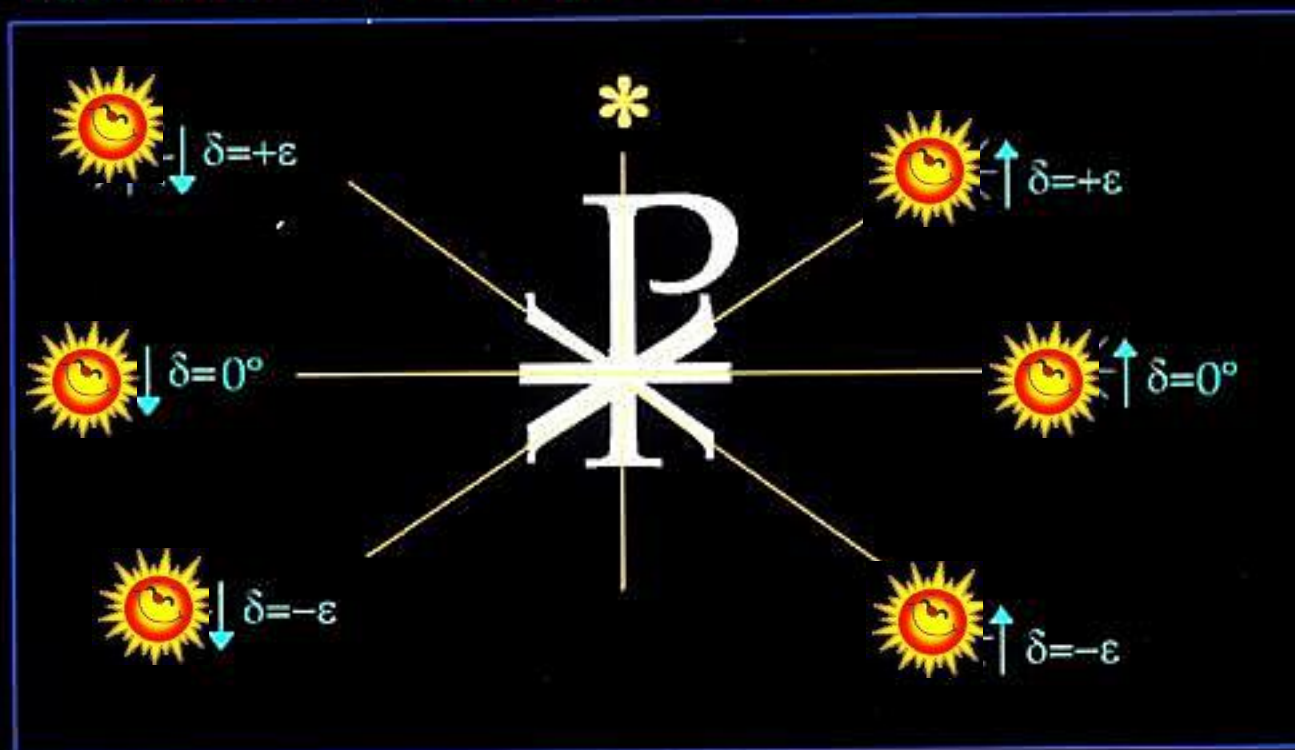
e' astronomicamente significativo:



S. Ambrogio lo modifica in:



aggiungendo la LINEA EQUINOZIALE.



CrisMon di
Sant'Ambrogio



Duomo di
Milano

Il Tempio Cristiano

Il tempio cristiano è tradizionalmente a forma di croce e l'uomo rappresenta simbolicamente il Crocifisso, rivolto al cielo, il viso reclinato a sinistra e i piedi uniti. I due archi di cerchio la cui intersezione materializza il meridiano astronomico sono interpretati come il pesce, in greco ΙΧΘΥΣ , acronimo di *Iesus Christos Theou Uios Soter* (Gesù Cristo, di Dio Figlio, Salvatore). I punteruoli infissi nella terra posso essere simbolicamente i chiodi piantati nel palmo delle mani. Il metodo del Cerchio Indiano permette quindi di materializzare le linee equinoziale e meridiana, ma tracciare altri angoli è più complesso.

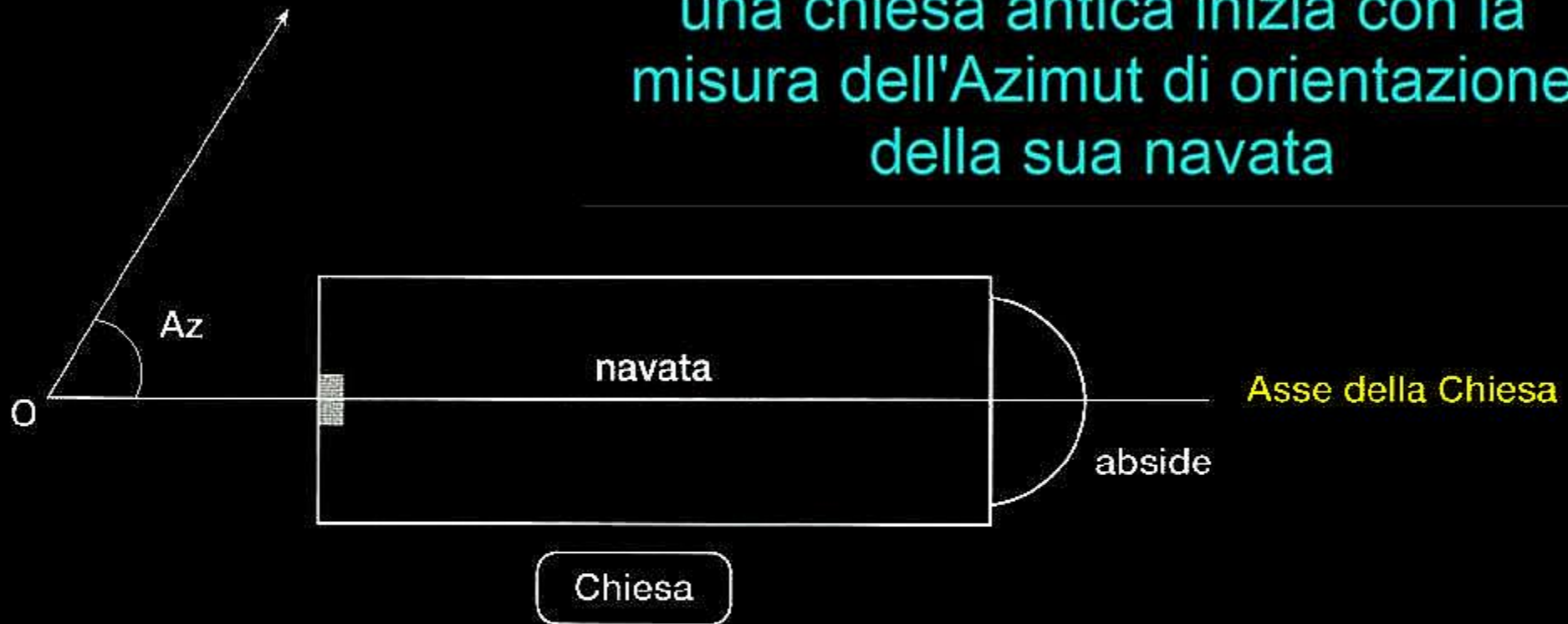
Studio archeoastronomico di una chiesa medioevale

Punti di vista:

- o) **Astronomico**
- o) **Geometrico**
- o) **Simbolico e Liturgico**
- o) **Storico**
- o) **Esoterico**

Direzione Nord del
Meridiano Astronomico
Locale

Lo studio archeoastronomico di
una chiesa antica inizia con la
misura dell'Azimut di orientazione
della sua navata



Az = Azimut astronomico dell'asse della chiesa rispetto alla direzione settentrionale della linea del meridiano astronomico locale

L'Azimut Astronomico di orientazione di una Chiesa

Lo studio archeoastronomico delle
chiese antiche non richiede di
stabilire "se" sono
astronomicamente orientate, ma
"come"

Quale fu la metodologia operativa...



**Le chiese antiche e medioevali
sono astronomicamente orientate
per *prescrizione***

Prescrizioni Liturgiche

*"Segregetur presbiteris locus
in parte domus ad orientem versa...
nam orientem versus oportet vos orare"*

("Didascalia", Siria, prima metà del III sec. d.C.)

Dagli atti del Concilio di Nicea (325 d.C.):

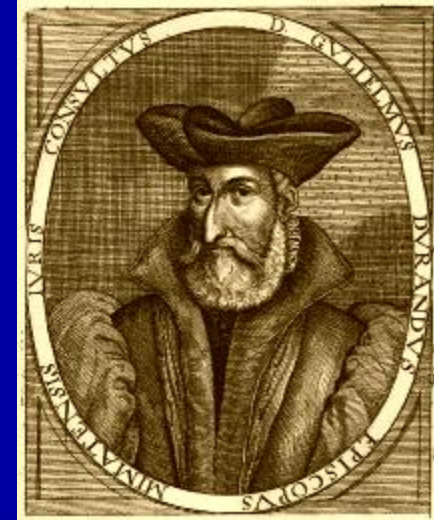
*«ecclesiarum situs plerimque talis erat,
ut fideles facie altare versa orantes orientem solem,
symbolum Christi qui est sol iustitia et lux mundi
interentur»*

(Carolus Kozma de Papi, *“Liturgia sacra Cattolica,
exhibens sacrorum Ecclesiae Romano-Catholicae rituum. 4 ;
Origines, causas, significationes”* Manz, Ratisbonae, 1863).

*"...aedes riti oblunga
ad orientem versus,
navi similis"*

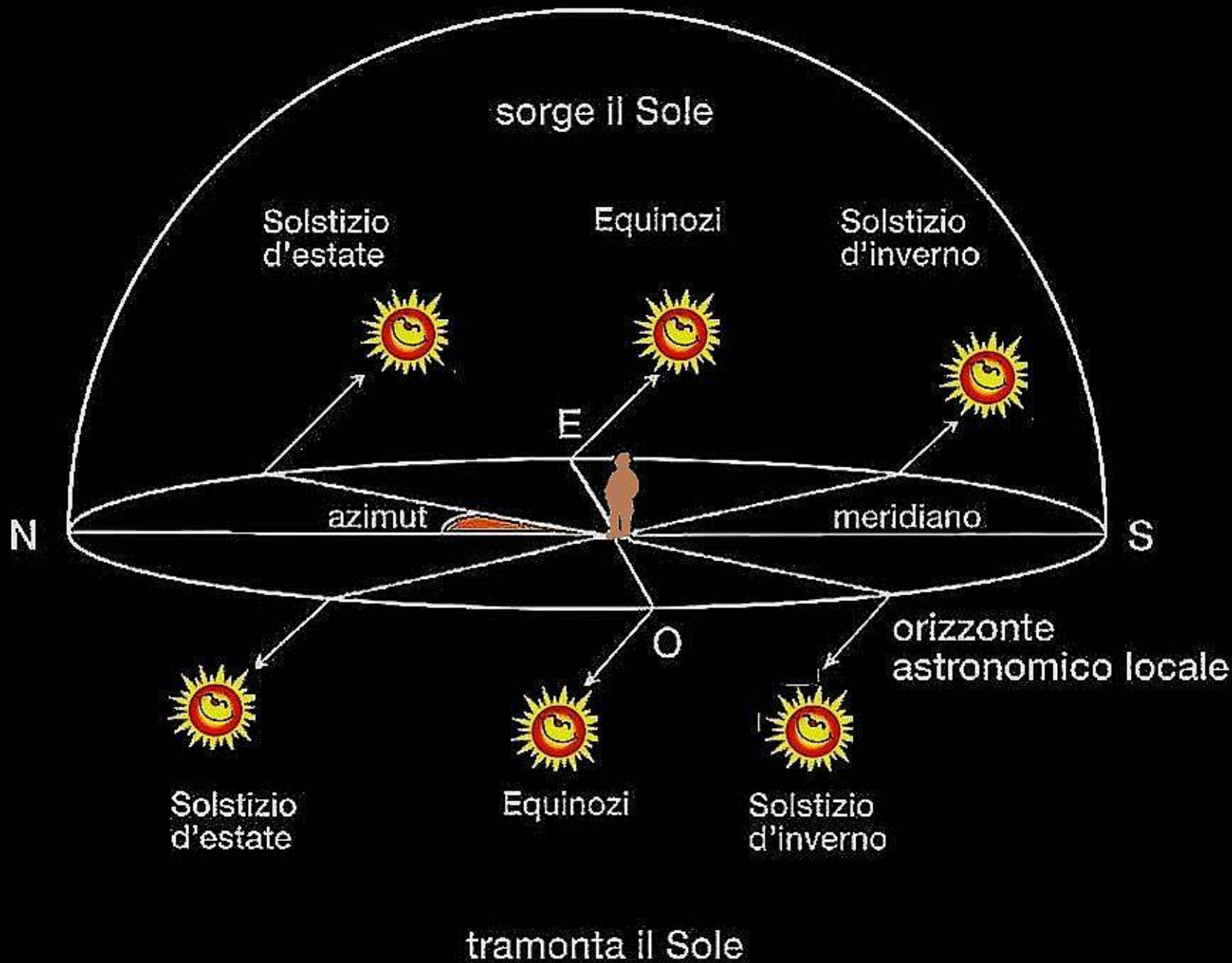
(Costituzioni Apostoliche, fine del IV sec. d.C.)

Debet quoque (ecclesia) sic fundari, ut caput inspiciat versus Orientem videlicet versus ortum solis, ad denotandum, quod ecclesia quae in terris militat, temperare se debet aequanimiter in prosperis, et in adversis; et non versus solstitialem, ut faciunt quidam.

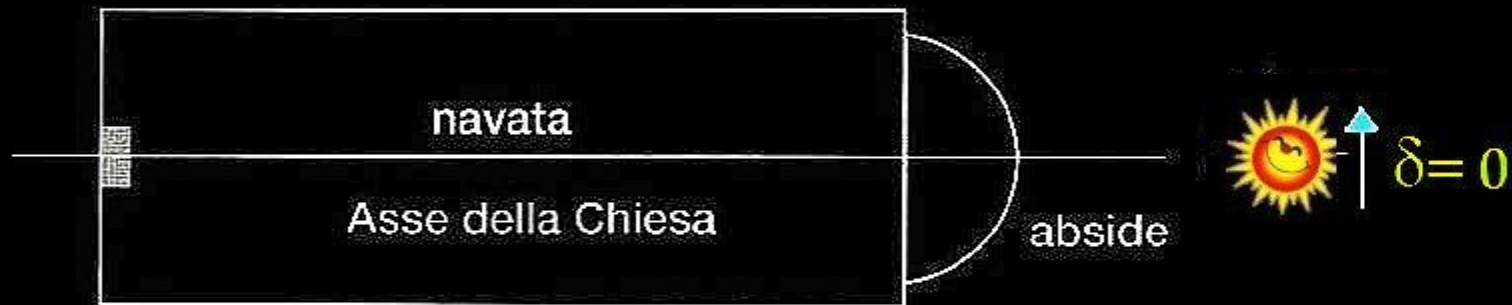


(Guillaume Durand de Mende, XIII sec.)



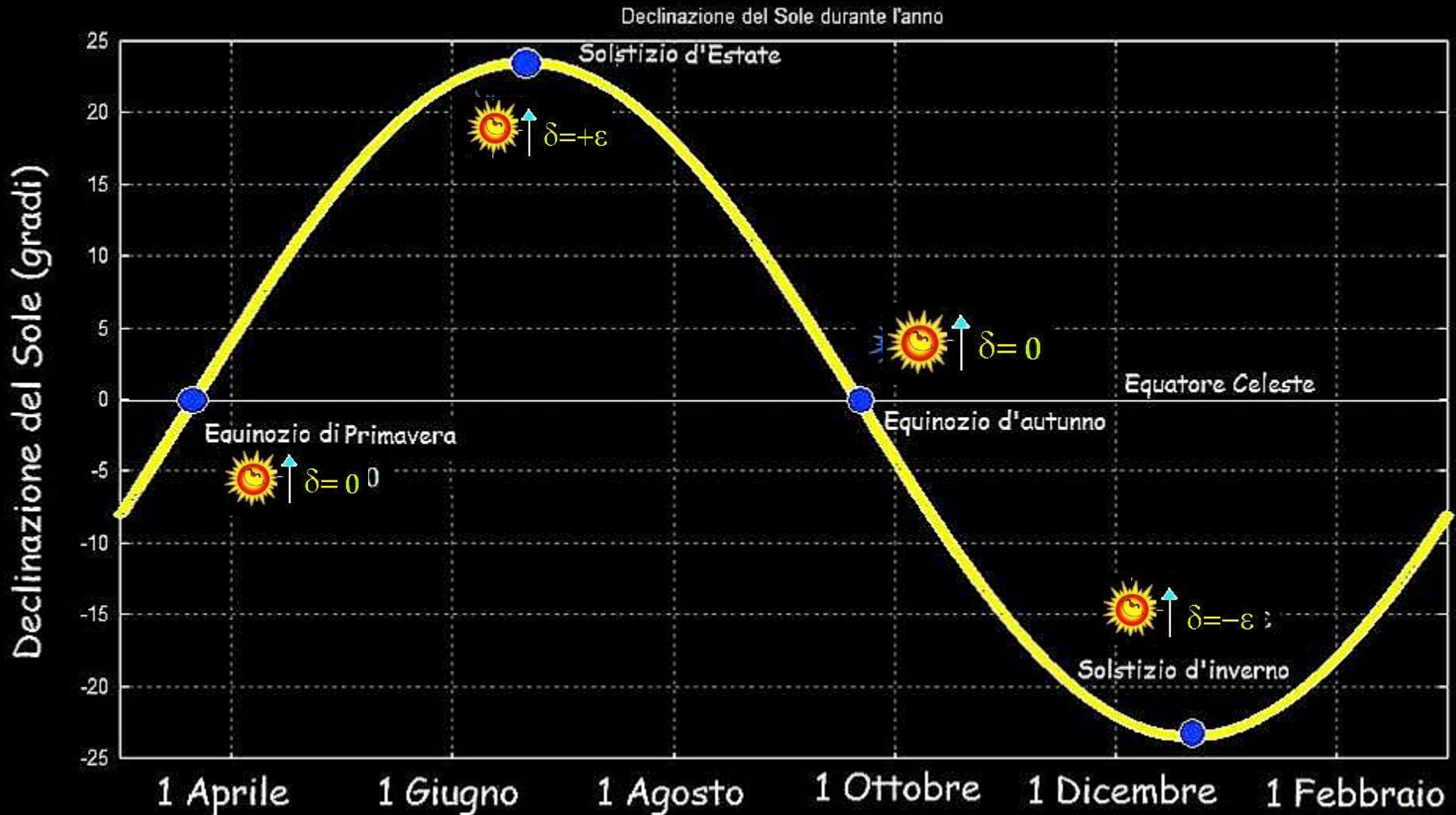


La Curia Romana prescrive il criterio *Sol Aequinoctialis*



***l'asse della navata deve essere
parallelo alla linea est-ovest
astronomica (dove il Sole sorge e
tramonta agli equinozi)***

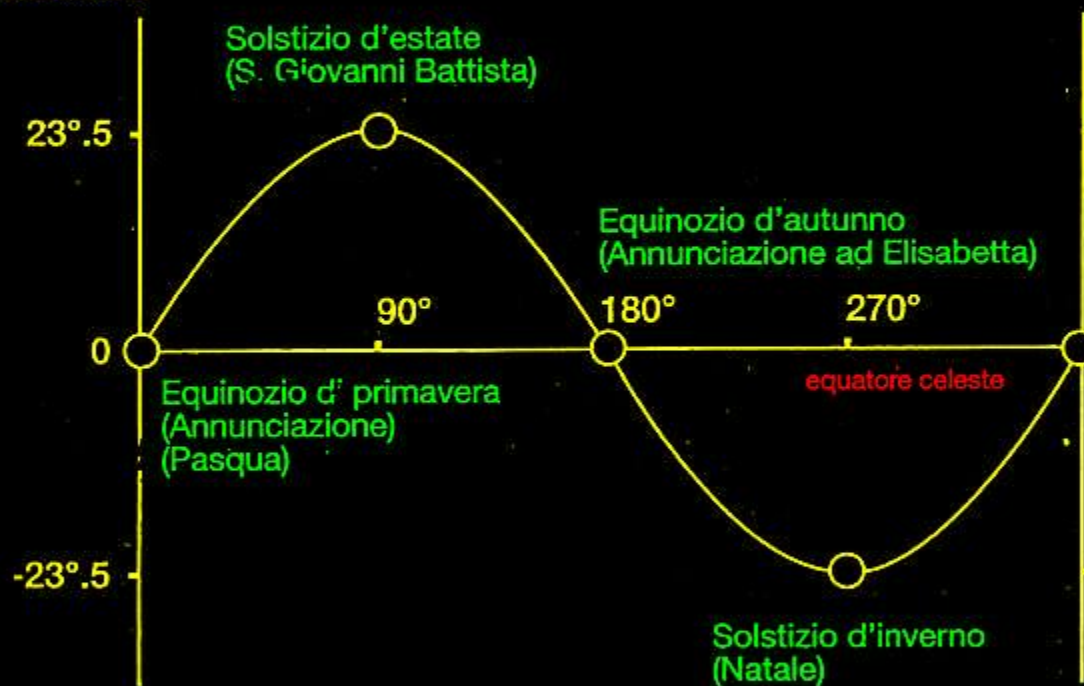
Declinazione del Sole



$$\epsilon = 23^\circ.5$$

Calendario Liturgico

Declinazione del Sole
sulla Sfera Celeste



Il percorso annuale del Sole sulla Sfera Celeste (Eclittica) e le date importanti del calendario della chiesa corrispondenti ai solstizi e agli equinozi

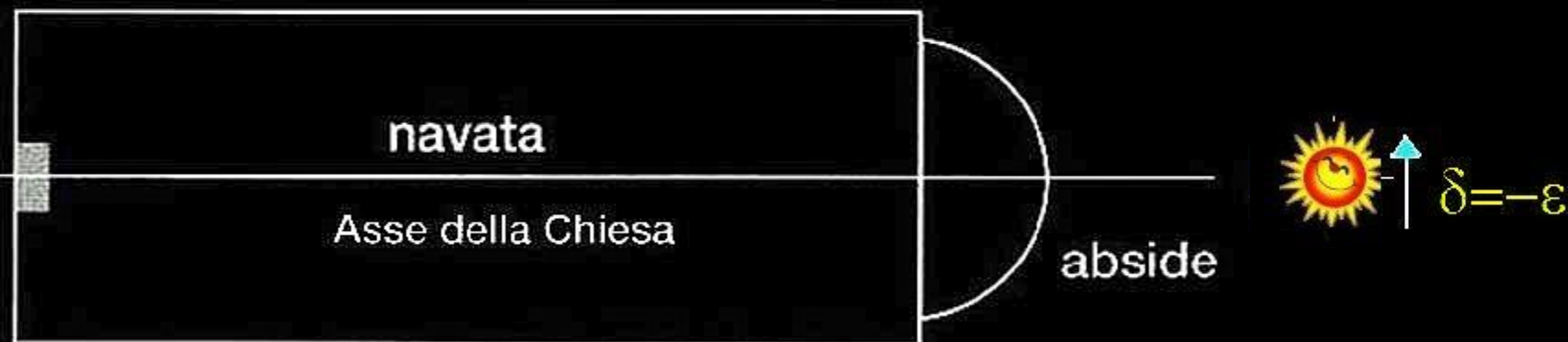
...ma non tutti ubbidiscono.

I Longobardi ariani orientavano le loro chiese con l'asse diretto verso il punto di sorgere del Sole al Solstizio d'Estate



...ma non tutti ubbidiscono.

I Catari orientavano le loro chiese
verso il sorgere del Sole al Solstizio
d'Inverno



Noi e "Loro"

I costruttori medioevali

Orientavano astronomicamente trasponendo regole simboliche ricche di significato esoterico condiviso.

Non riuscendo ad eseguire calcoli astronomici utilizzavano la Geometria.



Gli archeoastronomi moderni

Dispongono di strumenti topografici accurati, tecniche di misura efficaci, dell'Astronomia Sferica e di computers per eseguire i calcoli.

Ma....

Non conoscono il codice
astronomico degli architetti
medioevali....

"MAESTRO
JACQUES", UNO
DEI MITICI FON-
DATORI DEI
"COMPAGNONS
DE DEVOIR",



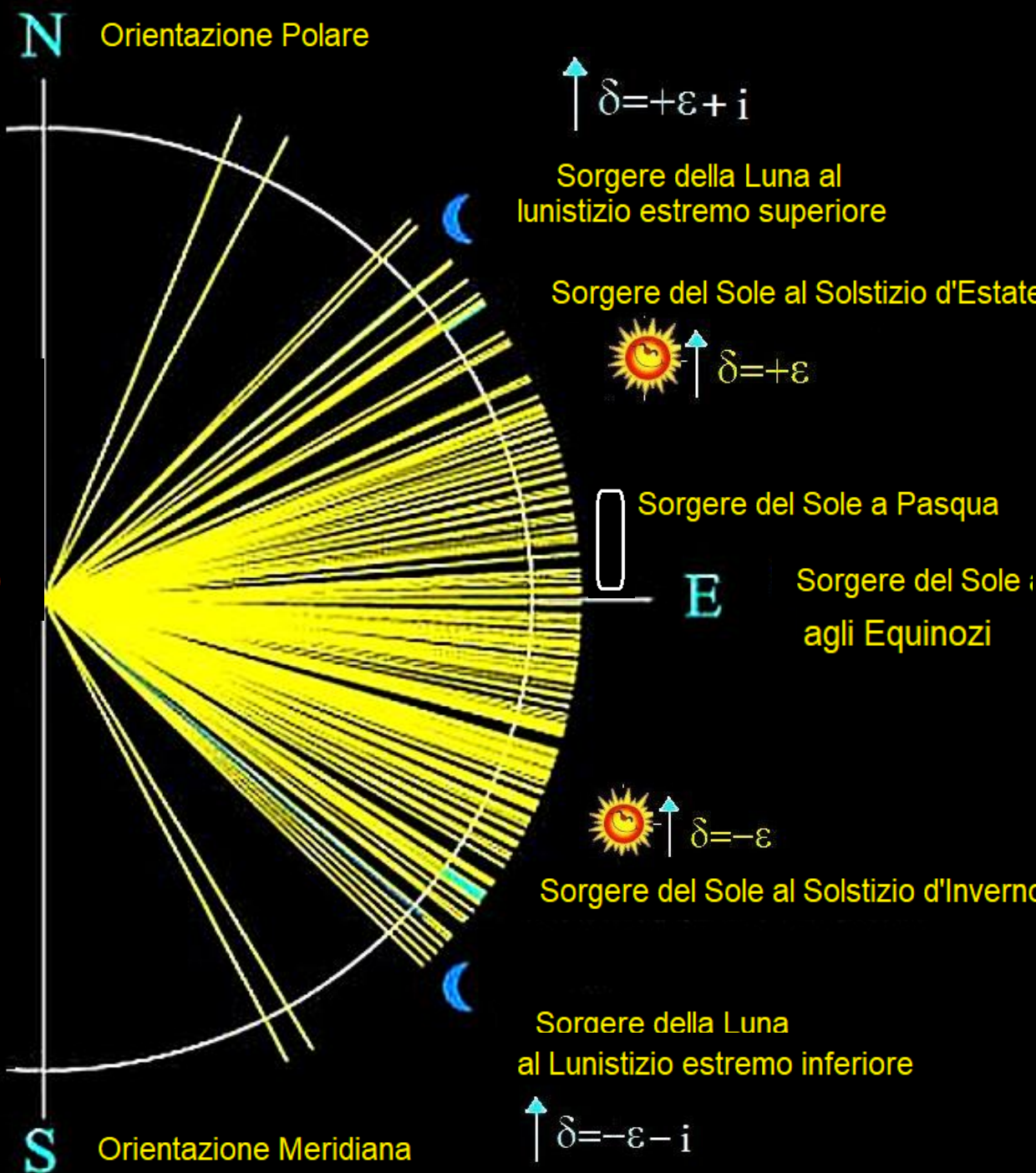
Codice Astronomico

Con il nome di "Codice Astronomico" si intende l'insieme di regole Astronomiche, Astrologiche, Simboliche, Esoteriche, Geometriche e Pratiche per materializzare sul terreno le direzioni astronomicamente significative necessarie ad orientare le costruzioni (di potere) secondo particolari schemi di elevata valenza simbolica ed esoterica.

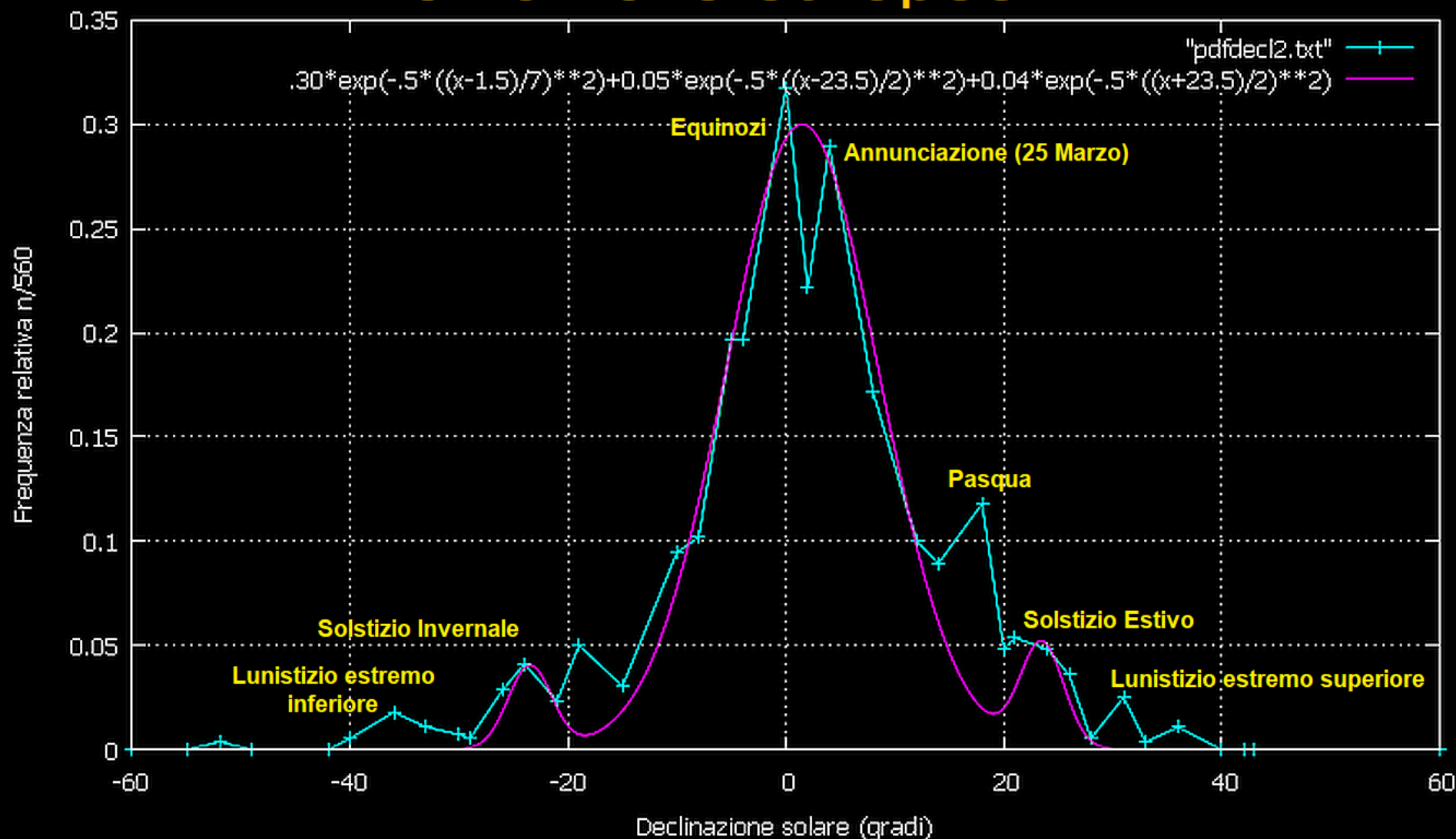
Criteri di orientazione astronomica

Altri criteri:

- Orientazione stellare
- Orientazione Magnetica
- Orientazione equinoziale con Almanacco
- Orientazione all'Annunciazione (25 Marzo)
- Orientazione verso il sorgere del Sole nel giorno del santo patrono



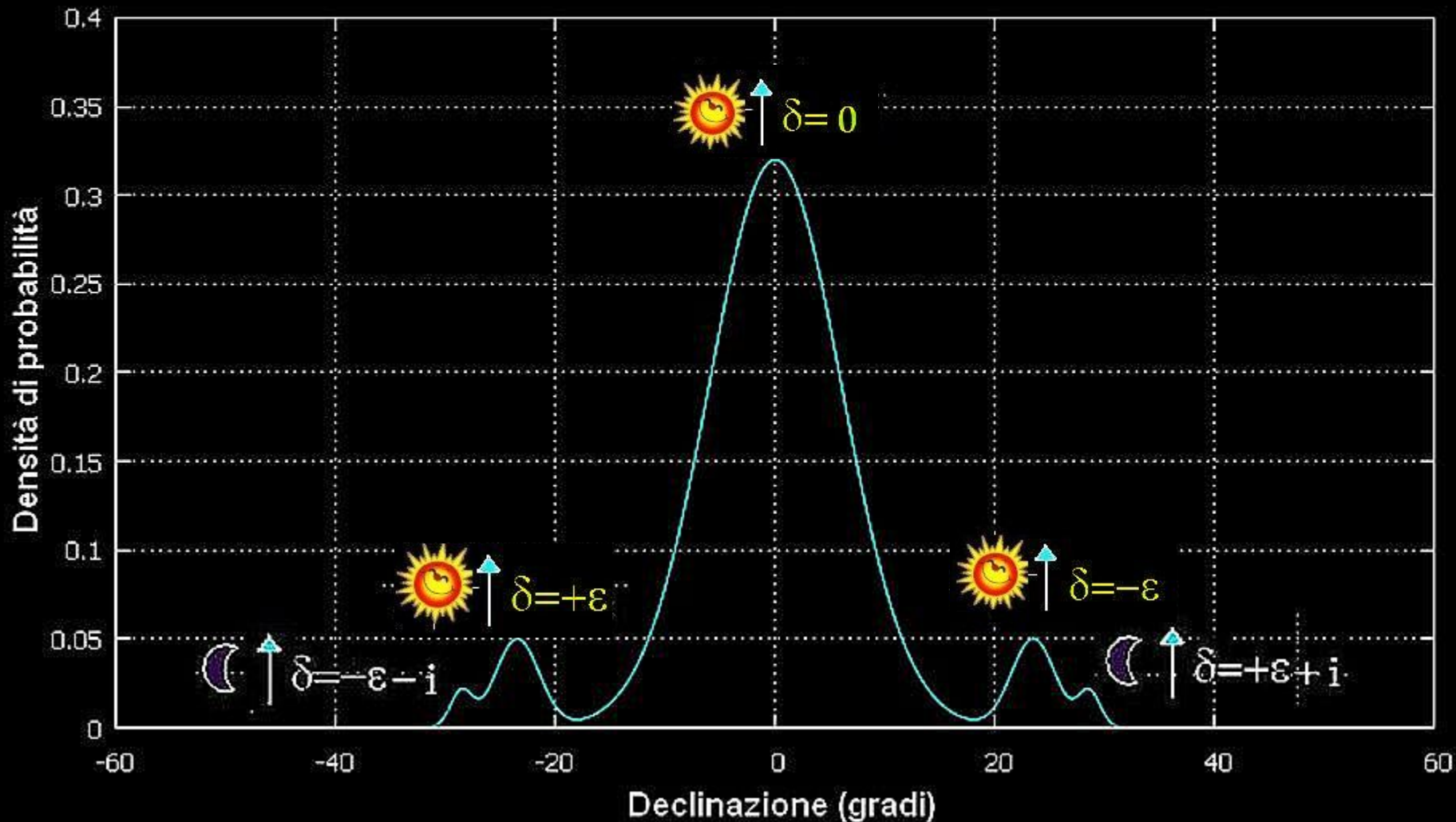
Orientazione astronomica di 550 chiese romaniche europee



Orientazione delle navate delle chiese medioevali europee

Funzione densità di probabilità teorica

Orientazione Astronomica delle Chiese Romaniche Europee




Funzione densità di Probabilità

$$\text{PDF}(\delta) = \sum_{k=1}^{k=5} f(\delta_k)$$

dove:

$$f(\delta_k) = A_k \cdot e^{-0.5 \left(\frac{\delta - B_k}{s_k} \right)^2} \quad (k=1, \dots, 5)$$

Componente	A_k	B_k	s_k	
 k 1	0.30	0°	$7^\circ.0$	$\delta=0$
2	0.05	$+23^\circ.5$	$2^\circ.0$	$\delta=+\varepsilon$
3	0.05	$-23^\circ.5$	$2^\circ.0$	$\delta=-\varepsilon$
 k 4	0.02	$+28^\circ.6$	$2^\circ.0$	$\delta=+\varepsilon+i$
5	0.02	$-28^\circ.6$	$2^\circ.0$	$\delta=-\varepsilon-i$

Esistevano due criteri di orientazione:

- a) Geometrico-Gnomonica
- b) a Vista



Alineamento "a vista"
sul punto di levata del
Sole all'orizzonte
naturale locale



Data dell'Equinozio di Primavera secondo il Calendario Giuliano

Il Calendario Giuliano utilizza un anno medio di calendario lungo 365,25 giorni solari medi, mentre la lunghezza dell'anno tropico è pari a 365,2422 giorni solari medi. Questo provoca una deriva di 1 giorno ogni 129 anni tra il computo calendariale giuliano ed il computo solare vero astronomico. La data vera dell'equinozio di primavera è quindi soggetta ad una deriva progressiva Δ rispetto al valore standard del 21 Marzo prevista dal computo calendariale giuliano, pari a:

$$\Delta = (365,2422 - 365,2500) \times Y \quad (\text{in giorni})$$

dove Y sono gli anni trascorsi

La data giuliana T_{eq} dell'equinozio di primavera sarà quindi calcolabile mediante la seguente formula:

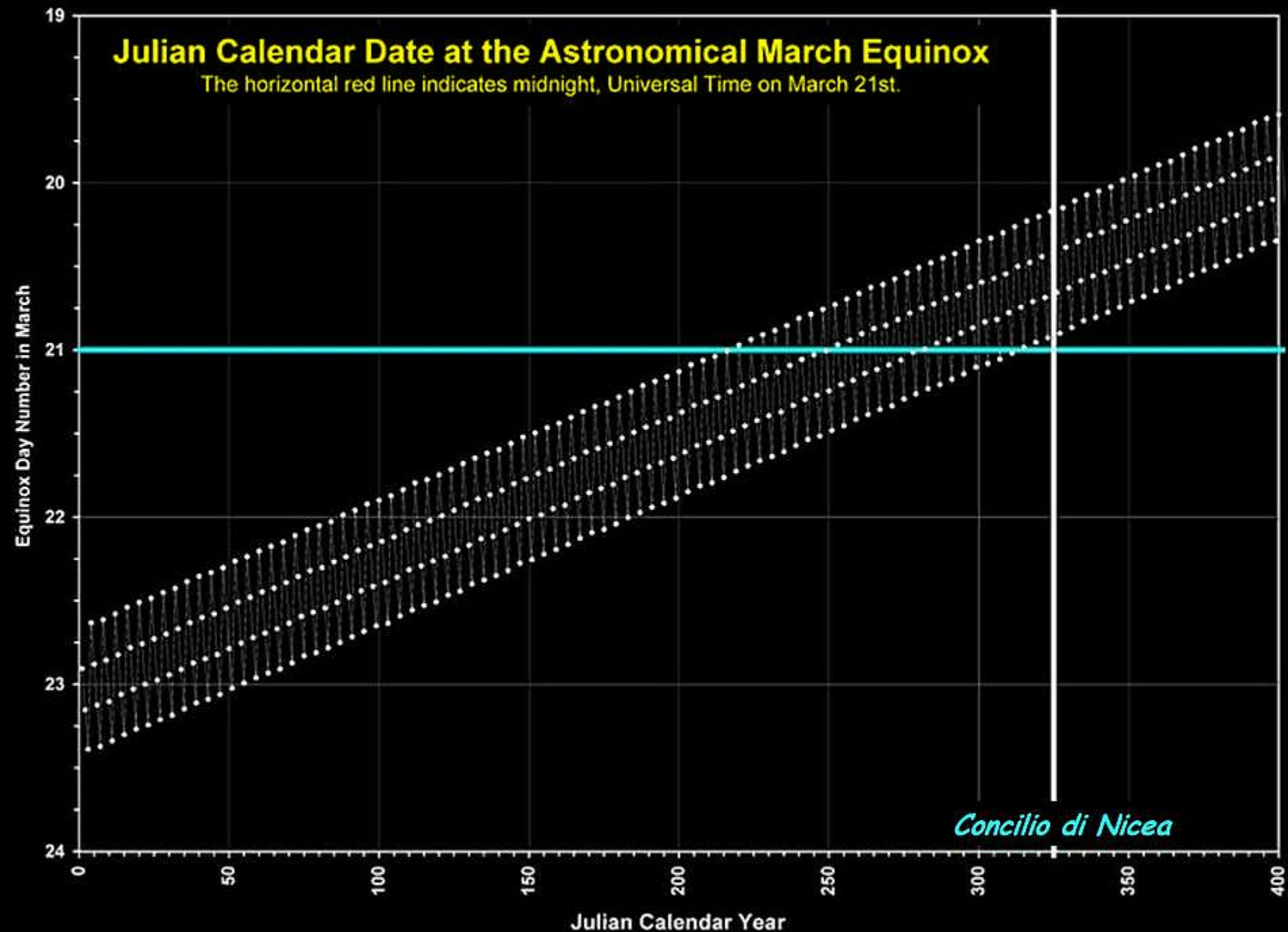
$$T_{eq} = \text{Marzo } (23,129 - 0,007741936 \times Y)$$

dove 0,00774... è la differenza, in giorni, tra l'anno tropico e l'anno medio standard del calendario giuliano.

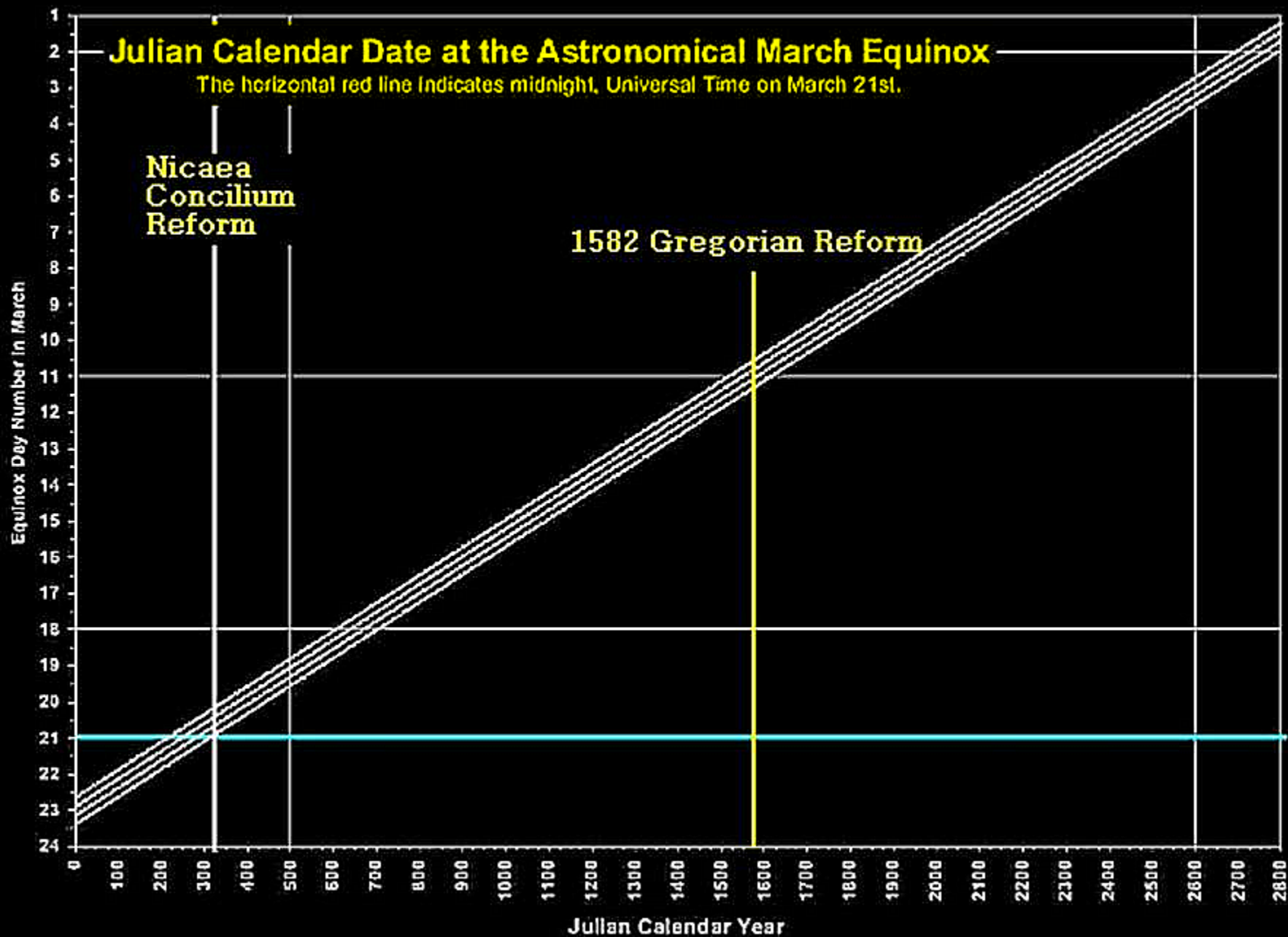
Il 23 Marzo era la data dell'Equinozio di Primavera all'anno $Y=0$ cioè all'anno 1 a.C.

Julian Calendar Date at the Astronomical March Equinox

The horizontal red line indicates midnight, Universal Time on March 21st.

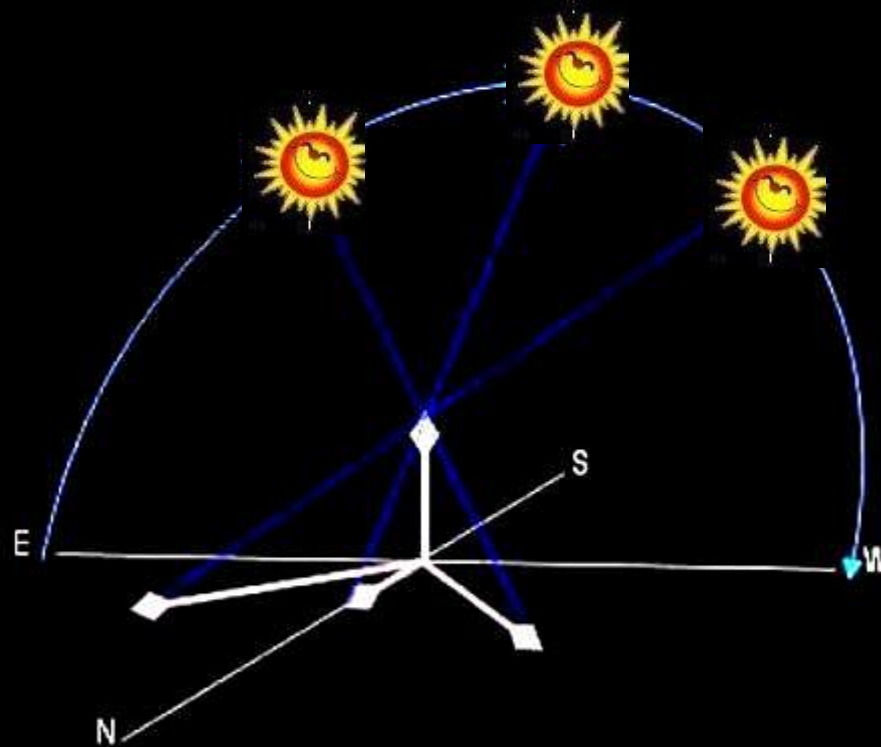


Concilio di Nicea



Orientazione Geometrico-Gnomonica

Materializzazione sul terreno delle direzioni cardinali astronomiche



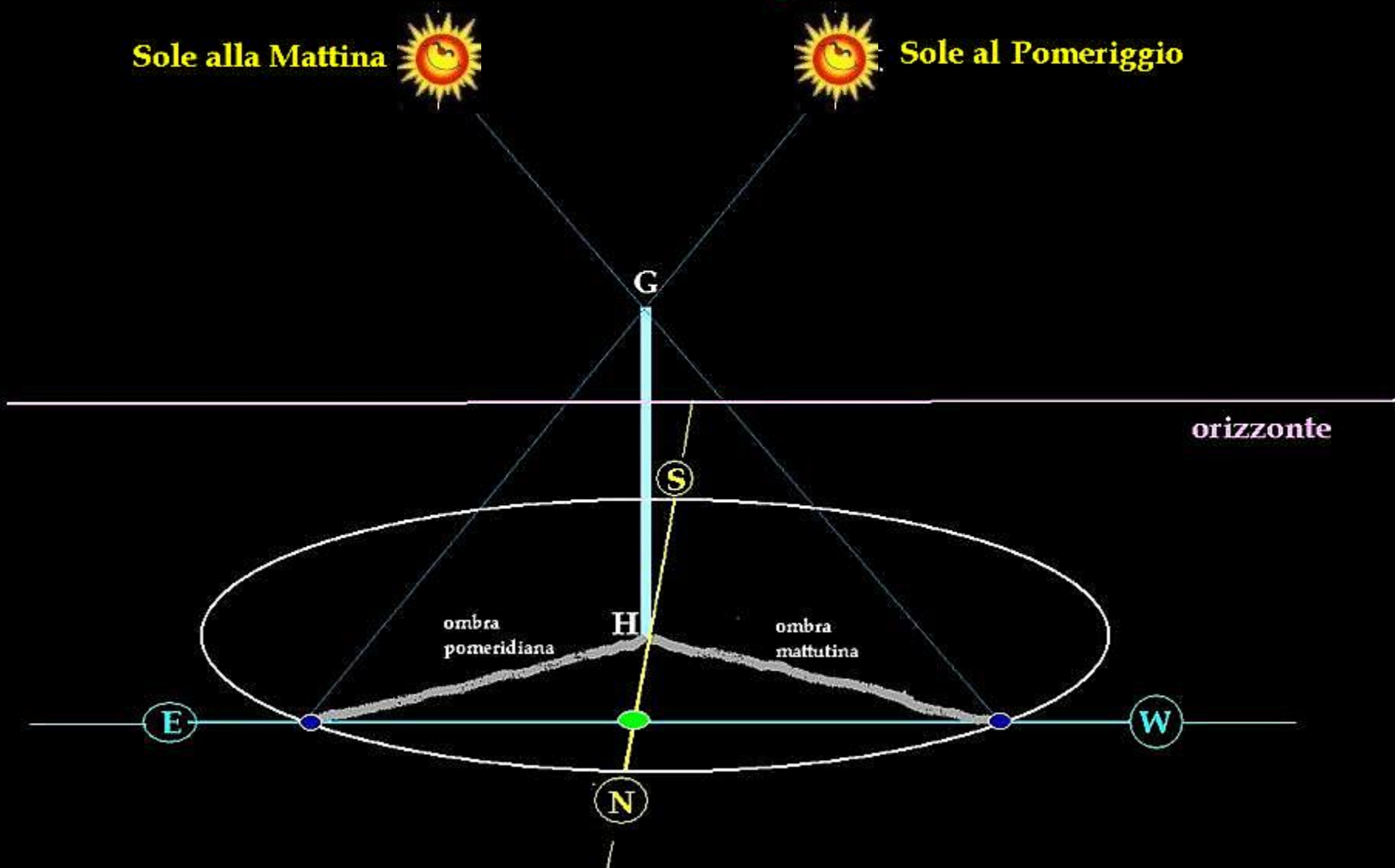
Il percorso apparente diurno del Sole sulla Sfera Celeste permette, mediante lo studio dell'ombra proiettata da uno gnomone verticale infisso nel terreno, la determinazione delle direzioni cardinali astronomiche.

Metodo pratico per determinare la direzione equinoziale

Sole alla Mattina



Sole al Pomeriggio

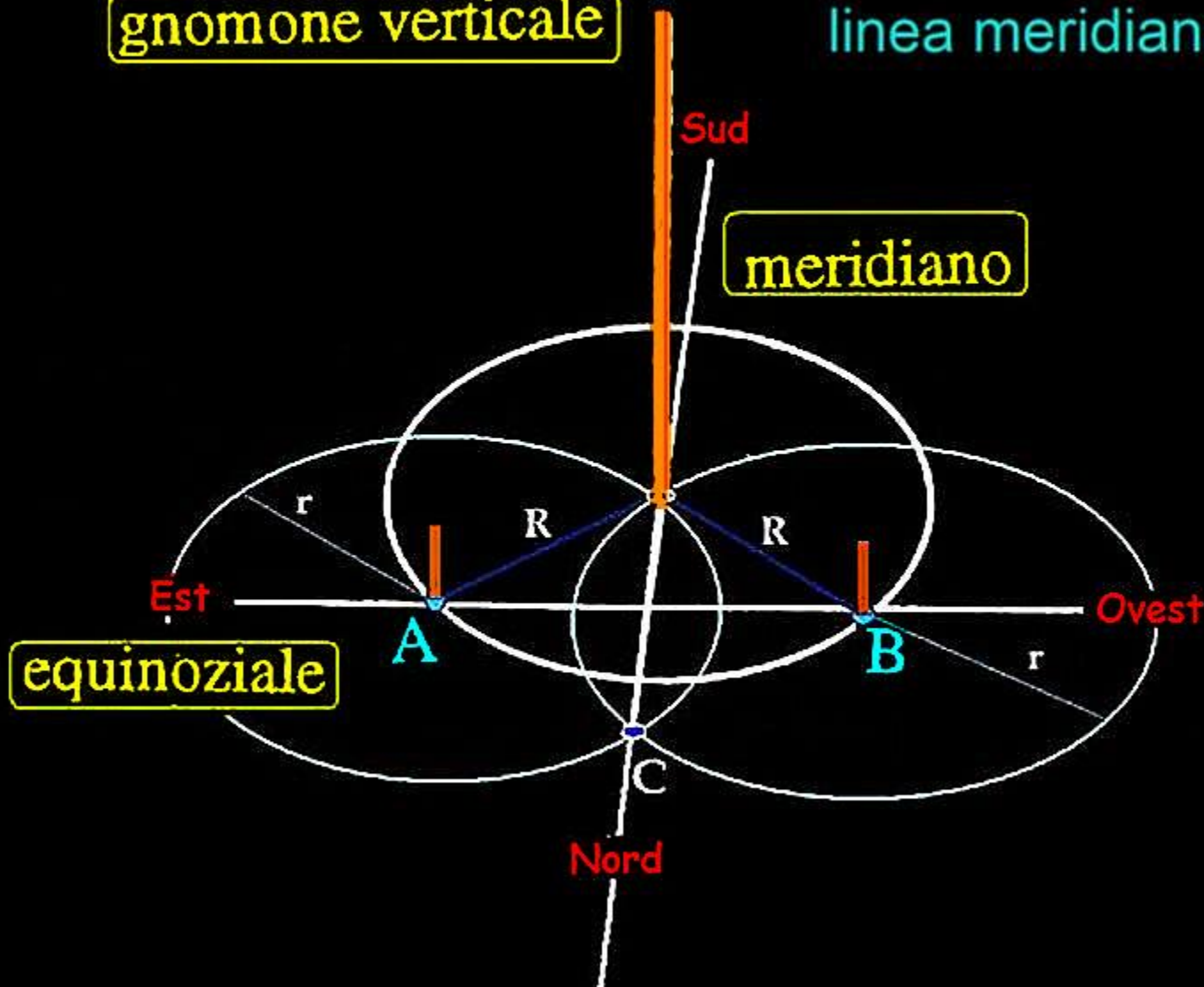


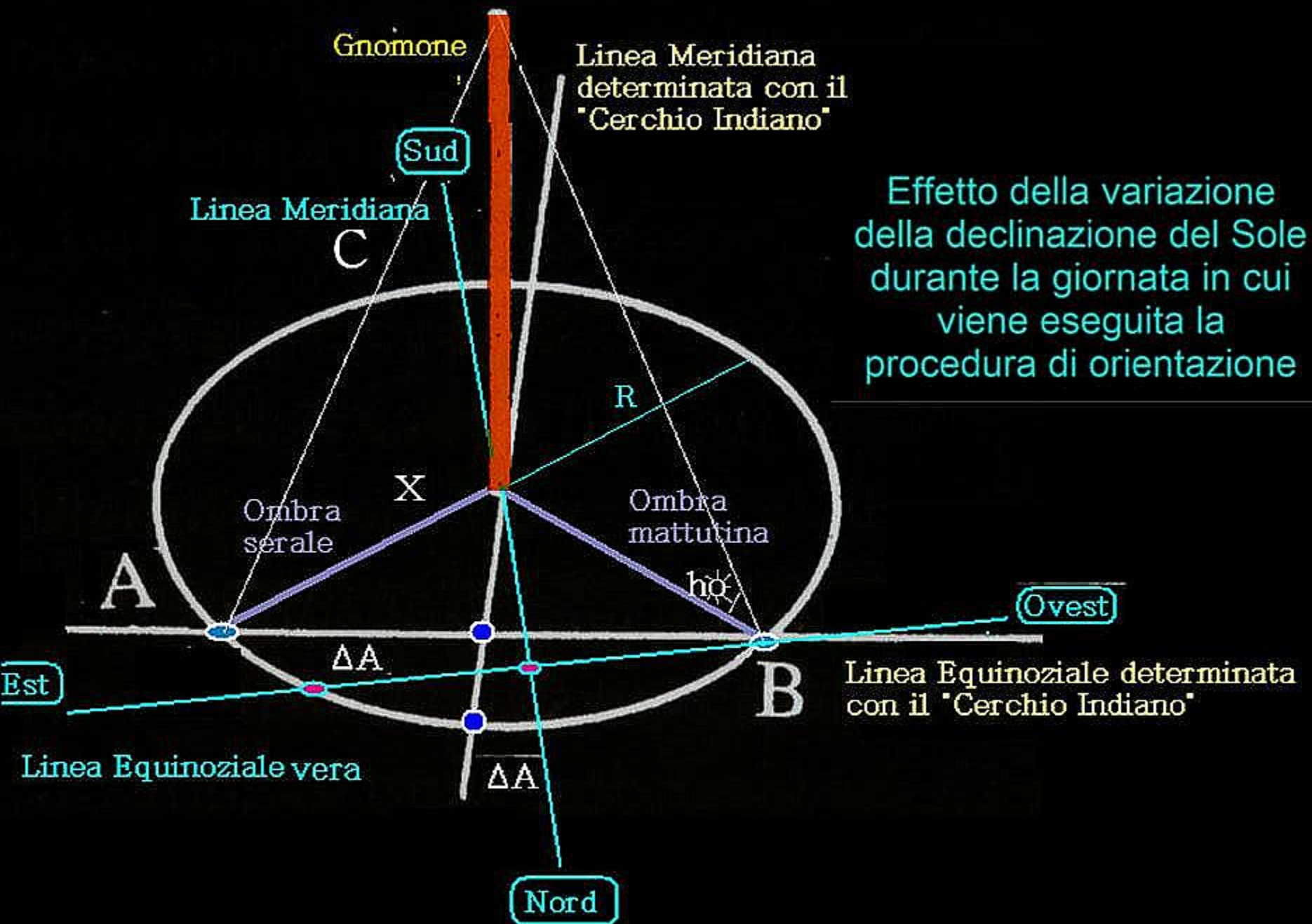
Determinazione della
linea meridiana (N-S)

gnomone verticale

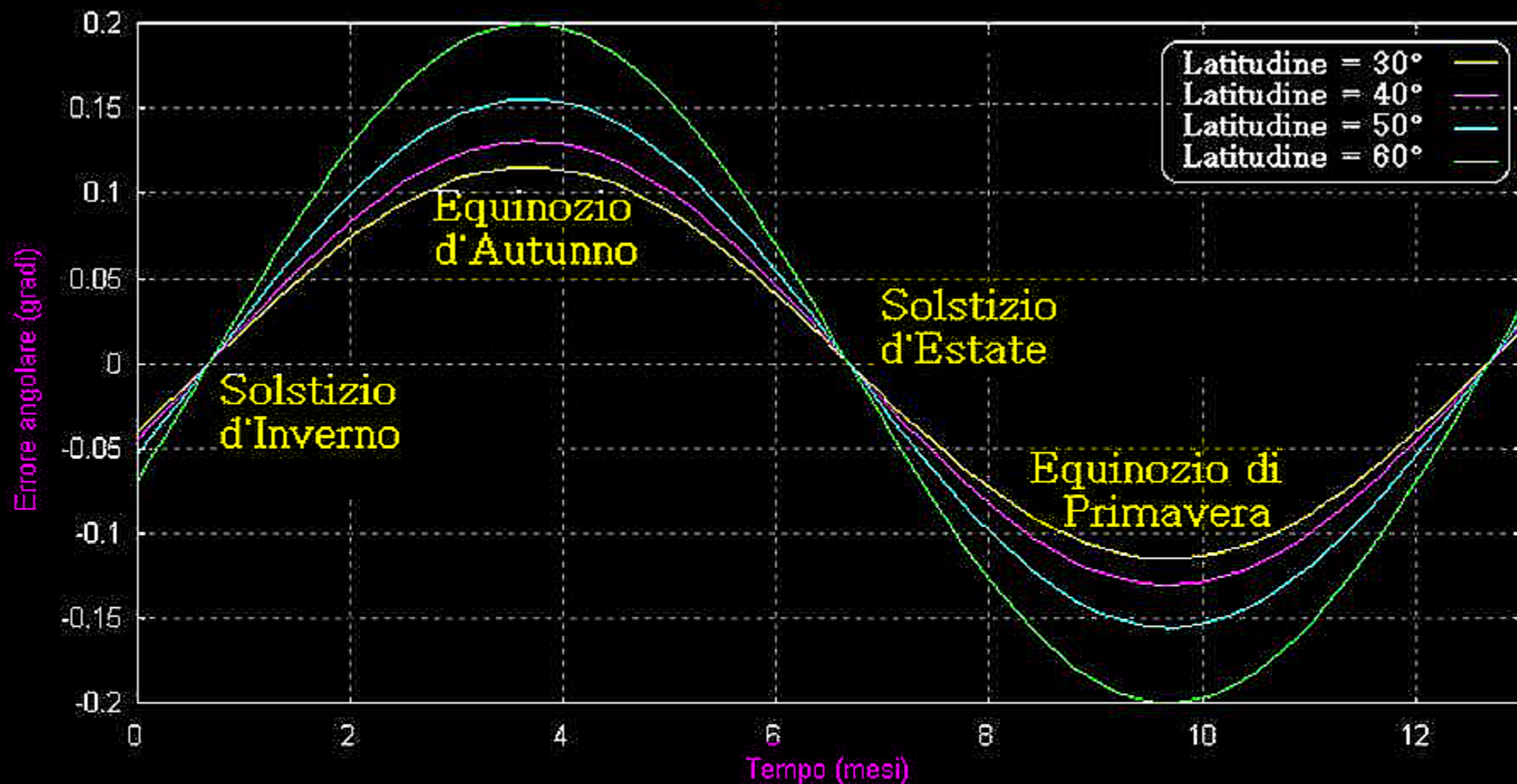
meridiano

equinoziale





Effetto delle variazioni della declinazione del Sole durante la giornata



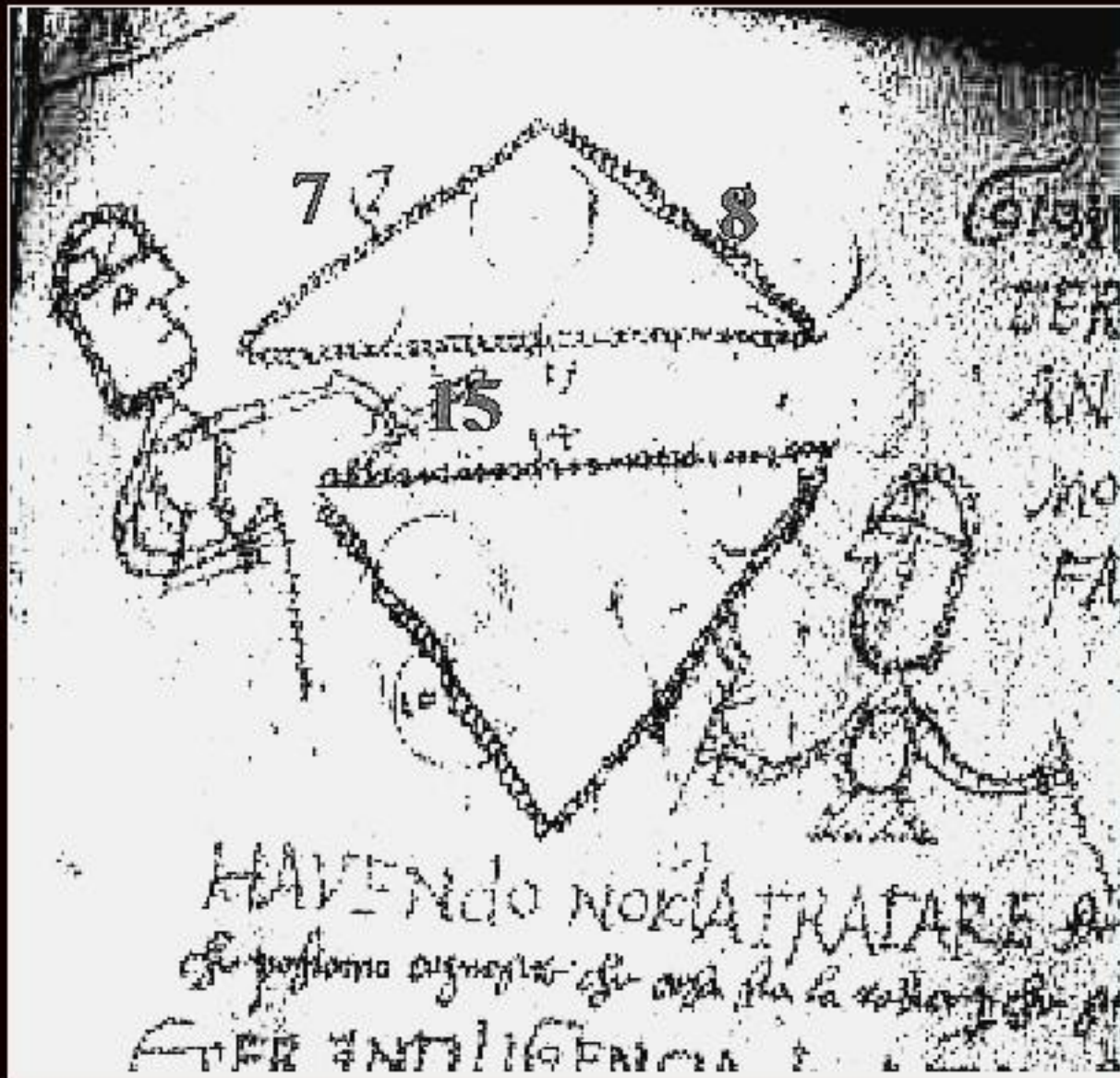
Errore angolare (in gradi) tra le direzioni astronomiche ottenute mediante il "Cerchio Indiano" e le corrispondenti vere a causa della variazione della declinazione del Sole durante l'intervallo di tempo tra i due contatti tra l'ombra dello gnomone ed il cerchio tracciato sul terreno, durante il corso dell'anno.

Geometria



Simbologia Cosmogonica Medioevale del Cerchio e del Quadrato





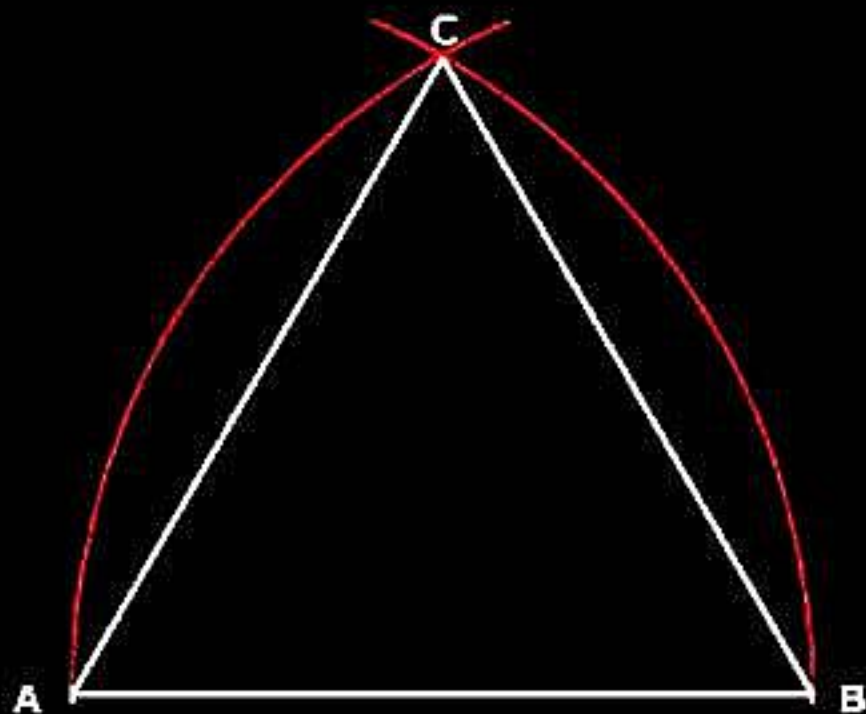
Manuale del tardo medioevo

Il Triangolo Pitagorico

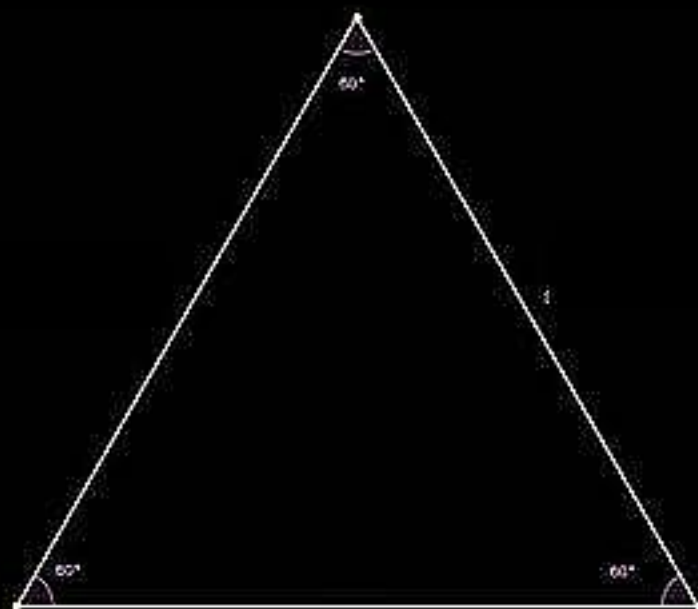
quod remanens polygonale lat' in dū integris numeris neque
inueniri. subditas minutias debet necessario adhiberi.
De qb; q' longū; differere. p'mittat. 7 figa cū numeris æ
notis supponat.



Il Triangolo Equilatero

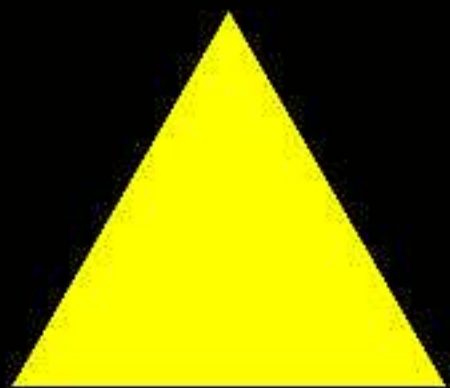


Costruzione



caratteristiche

Le due nature di Cristo secondo la simbologia medioevale



Natura Divina del Cristo



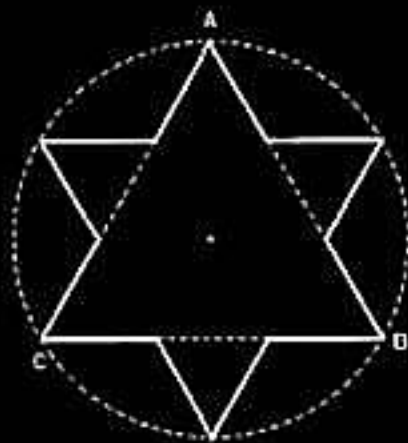
Natura Umana del Cristo

Simbolismo esoterico del numero 6

6 = 1+2+3 Natura Divina di Cristo

6 = 1 x 2 x 3 Natura Umana di Cristo

6 sono i giorni della creazione



La natura divina del Cristo

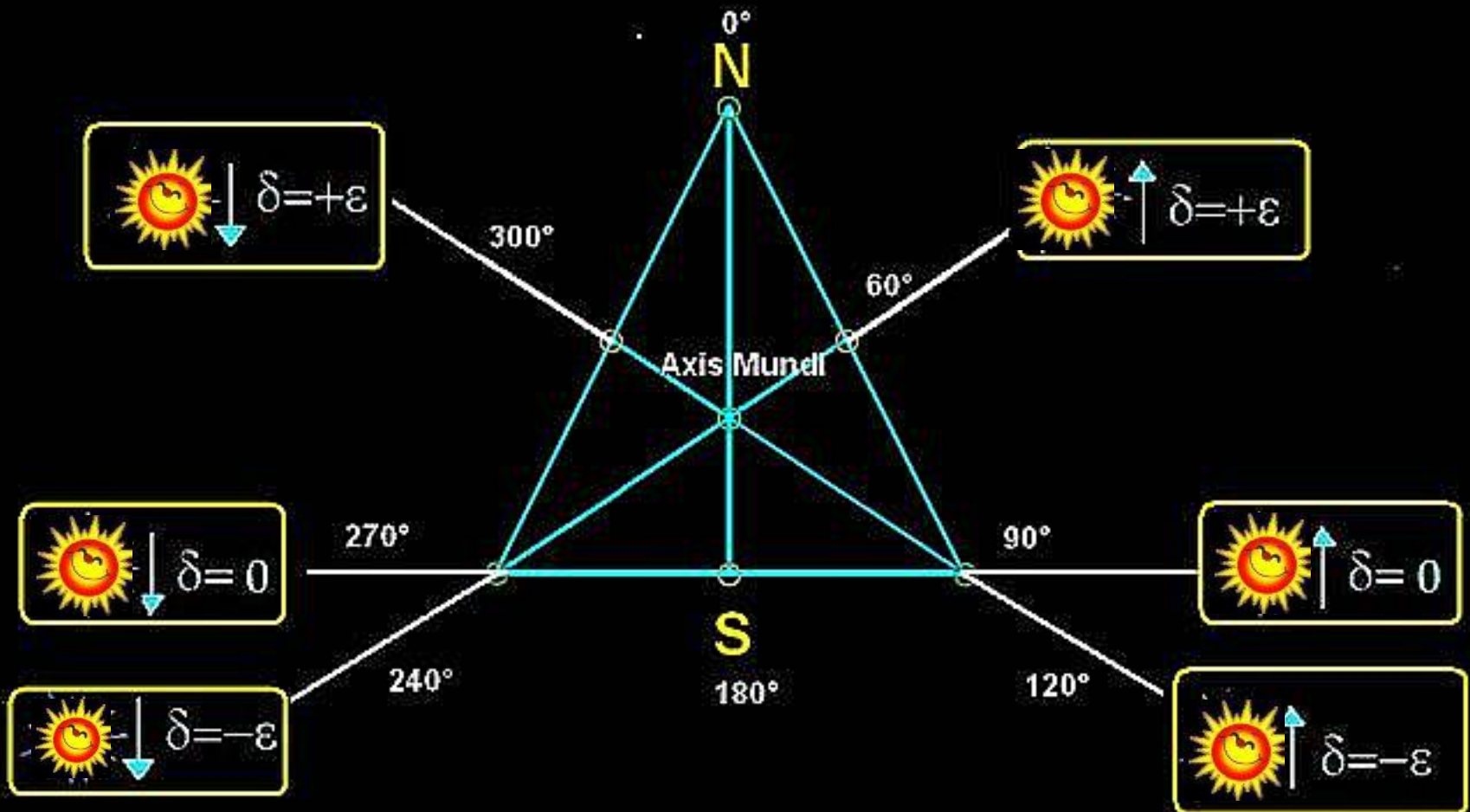


prevale sulla natura umana



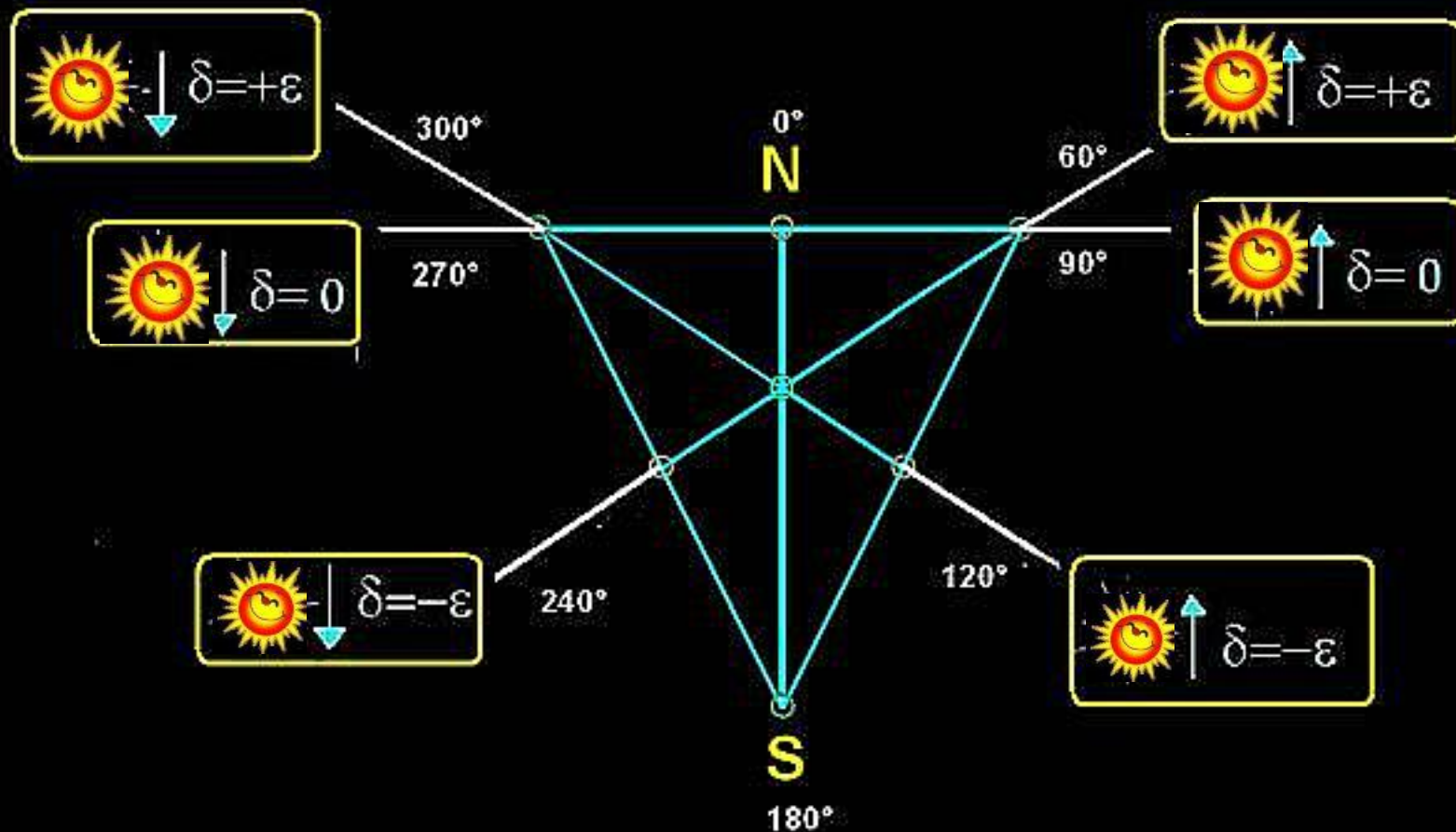
La Natura Divina prevale su quella umana

Materializzazione simbolica delle direzioni solari fondamentali



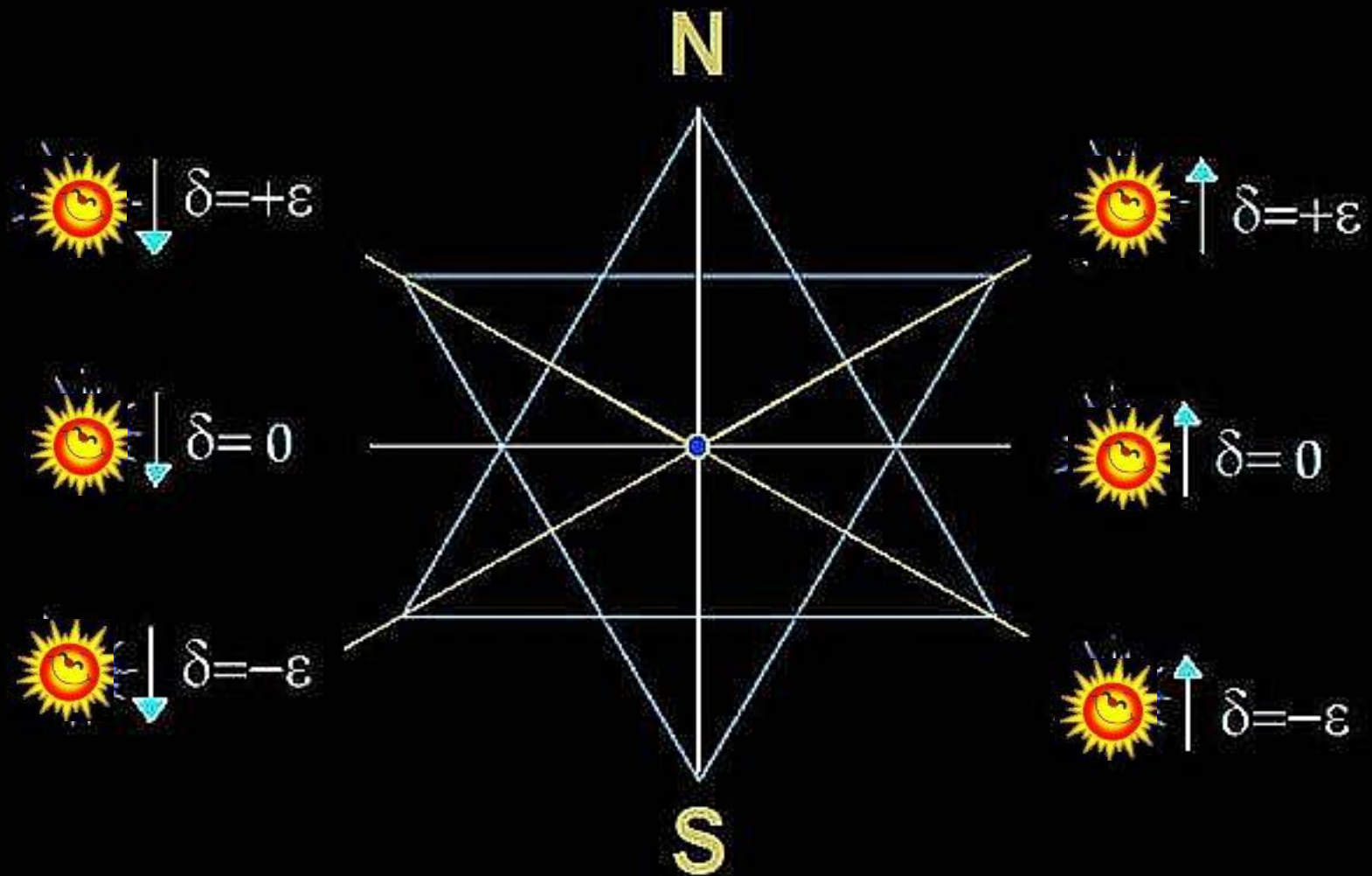
Natura Divina del Cristo

Materializzazione simbolica delle direzioni solari fondamentali



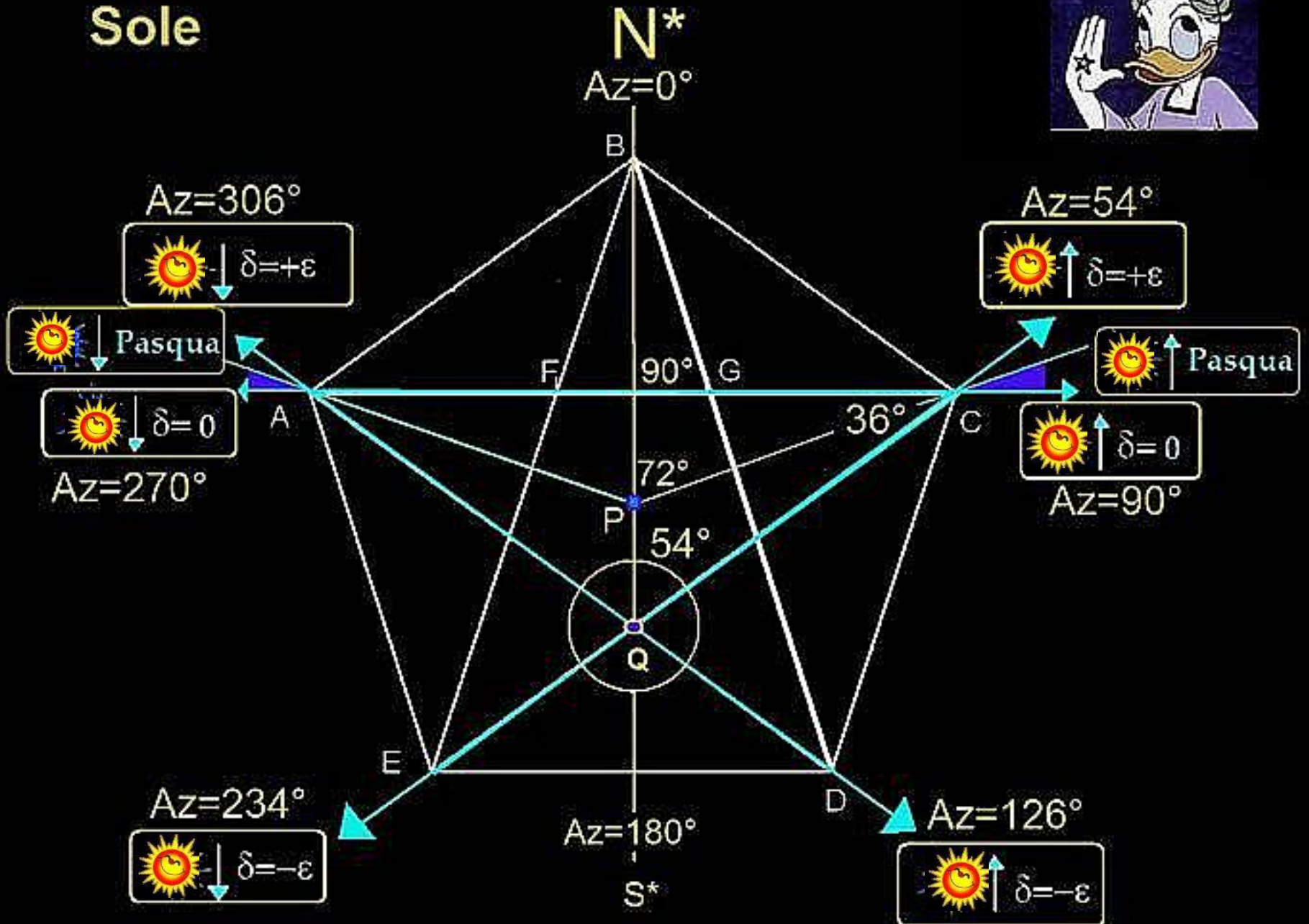
Natura Umana del Cristo

Materializzazione simbolica delle direzioni solari fondamentali



Pentagono Stellato

Sole



Gerbert d'Aurillac (Silvestro II, papa, 999-1004)



Il Papa Silvestro II (Gerberto d'Aurillac) rappresentato in una lunetta affrescata da un pittore anonimo bergamasco nel XVI sec., presente nel Chiostro Superiore del Priorato di San Giacomo Maggiore a Pontida (BG).

INCIPIIT GEOMETRIA GERBERTI.

CAPUT PRIMUM.

Quid sit corpus solidum? Quid linea, punctum, superficies? Quid pes solidus, constratus, etc.?

Artis hujus initia et quasi elementa videntur punctum, linea, superficies, atque soliditas, quibus cum sæpe Boetius aliique tam sæculi quam divinæ tractatores litteraturæ in pluribus scriptorum suorum locis satis superque disputatum beatus et eloquentissimus Ecclesiæ doctor, Augustinus, in nonnullis libris suis, et præcipue in qui De quantitate animæ inscribitur, copiose dicitur: Ubi etiam tantis oculum corporearum rerum imaginationibus obtusum per talium artium exercitia ad spiritualia veraque utcumque contemplanda modicum purgari et exacui ostendit. Sed prudens, si qui hoc forte vel aspicere dignati fuerint, lædiosum non sit, si a solido corpore, quod cuncti hominum sensui notius est, præpostero imperiens ordine simplicioribus, quid hæc singula paucis tentabo monstrare.



De natura triangulorum.

Illud quoque in his triangulis speculari, quod juxta supradictam superius angulorum quantitatem in omni trigono ampligonio exterior, id est hebes angulus major est utrisque interioribus, id est acutis in ipso scilicet ampligonio trigono ex aduerso constitutis, ipsique duo non solum exteriore sed etiam recto angulo minores probantur, ut in hoc:



In omni quoque triangulo duo anguli quoquomodo sumpti duobus rectis angulis minores sunt.

In omni etiam triangulo minus latus majorem angulum, majus vero minorem efficit.

Si in quolibet trianguli latere a finibus lateris duæ rectæ lineæ introrsum inclinatæ angulum faciant, ipsæ quidem cæteris trianguli lateribus minores sunt; angulum vero majorem efficiunt ita :



In omni orthogonio triangulo, solus rectus angulus duobus reliquis interioribus, id est acutis, probatur æqualis. In oxygonio autem tres interiores, id est acuti singuli duobus rectis angulis æqui sunt, et omnino in omnibus triangulis idem evenit, ut tres



id diuide
duos partes
una a part
alce + ma
rinoz ma
inori.



id recto ma
spic ad p
mum.



id ad recto ma



æq̄lib. terio inæq̄l. i om̄ib. inæq̄lib. latib. solent
formari *lib. de natura triangulorum.*
Illud q̄q̄ in his triangulis speculari qd̄ iuxta
sup̄dictā sup̄i angulo q̄ntitatē in om̄i trigo
no ampligonio exterior. id ē hebes angulus
maior ē utrisq̄ interiorib. id ē acutis. in ip
so scilicet ampligonio trigono ex aduerso constitutis.
ipsiq̄ duo n̄ solū exteriorē s; etiā recto angu
lo minores p̄bant ut in hoc. **I**n om̄i q̄q̄
triangulo. duo anguli q̄quom̄ sup̄i. duob̄
rectis angulis minores sunt. **I**n om̄i etiā tri
angulo. min̄ lat̄ maiorē angulū. maī ū mi
nore efficit. Si in quibet triangulo latere. a fi
nib. lat̄is duæ rectæ lineæ introrsū inclinatæ
angulū faciant. ipse qd̄ cæteris trianguli late
rib̄ minores s̄t. angulū ū maiorē efficiunt
ita. **I**n om̄i orthogonio triangulo. sol̄s rect̄
angul̄s. duob̄. reliq̄s interiorib. id ē acutis. p̄
batur æq̄lis. in oxygonio aut. tres interiores.
id ē acuti anguli. duob̄. rectis angulis q̄q̄ s̄t.
i omnino in om̄ib. triangulis idē euenit. ut
tres eorū anguli. duob̄. rectis angulis sint
q̄q̄. Nā in ampligonio. quantū exterior. id ē

daI GEOMETRIA GERBERTI

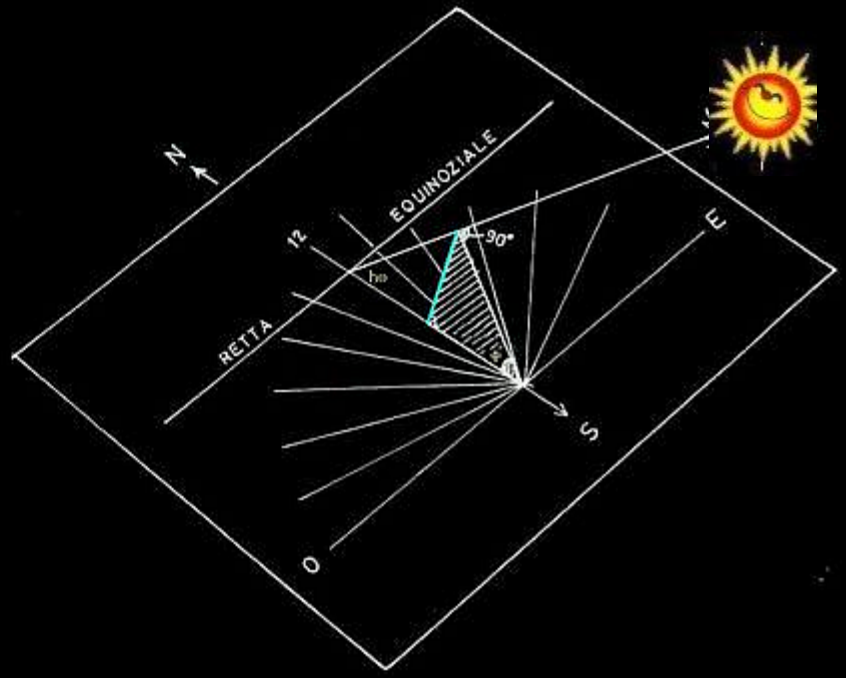
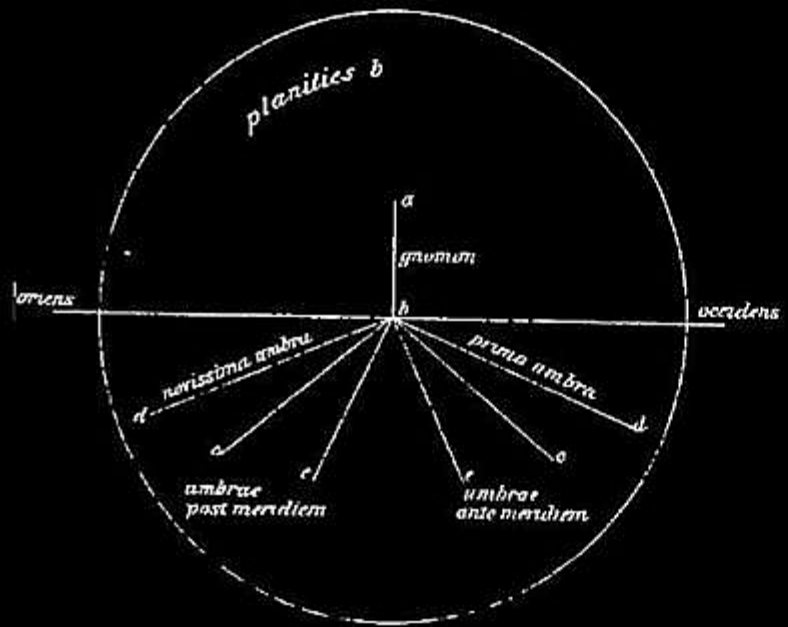
Optimum est ergo umbram horæ sextæ deprehendere, et ab ea limitem inchoare, ut sint semper meridiano tempore ordinati, sequitur, ut orientis occidentisque linea huic normaliter conveniat. Scribamus primum circulum in terra loco plano, et in puncto ejus sciotherum ponemus, cujus umbra et intra circulum aliquando exeat, et aliquando intret. Certum est enim tam orientis quam occidentis umbras deprehendere. Attendemus igitur, quemadmodum a primo solis ortu umbra cohibeatur. Deinde cum ad circuli lineam pervenerit, notabimus eum

Textus hujus capituli perturbatus et obscurus est circumferentiæ locum. Similiter exeuntem notabimus. Notatis ergo duabus circuli partibus intrantis umbræ et exeuntis loco rectam lineam a signo ad signum circumferentiæ ducemus, et medium notabimus, per quem locum recta linea exire debet a puncto circuli; per quam lineam cardinem dirigemus, et ab ea normaliter in rectum decumanos emittemus, et ex quacunque ejus lineæ parte normaliter invenerimus, decumanum recte constituamus.



^aEst et alia ratio^{ms}, qua tribus umbris comprehensis meridianum describemus. In^b loco plano gnomonem constituemus *ab*, et umbras^c ejus^d tres enotabimus^e *cedf*. Has umbras normaliter comprehendemus, qua^s latitudine altera ab altera distent. Si ante^h meridiem constituamus, prima umbra erit longissima. Si post meridiem, novissima. Has deindeⁱ umbras proportionem ad multiplicationem in tabula describemus^k, et sic in terram^l servabimus. Stat^m igitur gnomon *ab* planitieⁿ *b*. Tollamus maximam umbram et^o in planitie notemus signo *d*, sic et terram signo *e*, ut sint in pari^p proportionem longitudinis suae^r *be dc*. Enumeramus^s hypotenusas ex *c* in *a* et ex *d* in *a*; nunc puncto *a* et intervallo *e*^t circulum scribimus

daI GEOMETRIA GERBERI



Determinazione della linea equinoziale usando tre ombre al mattino e tre ombre al pomeriggio

Origine del "Cerchio Indiano"

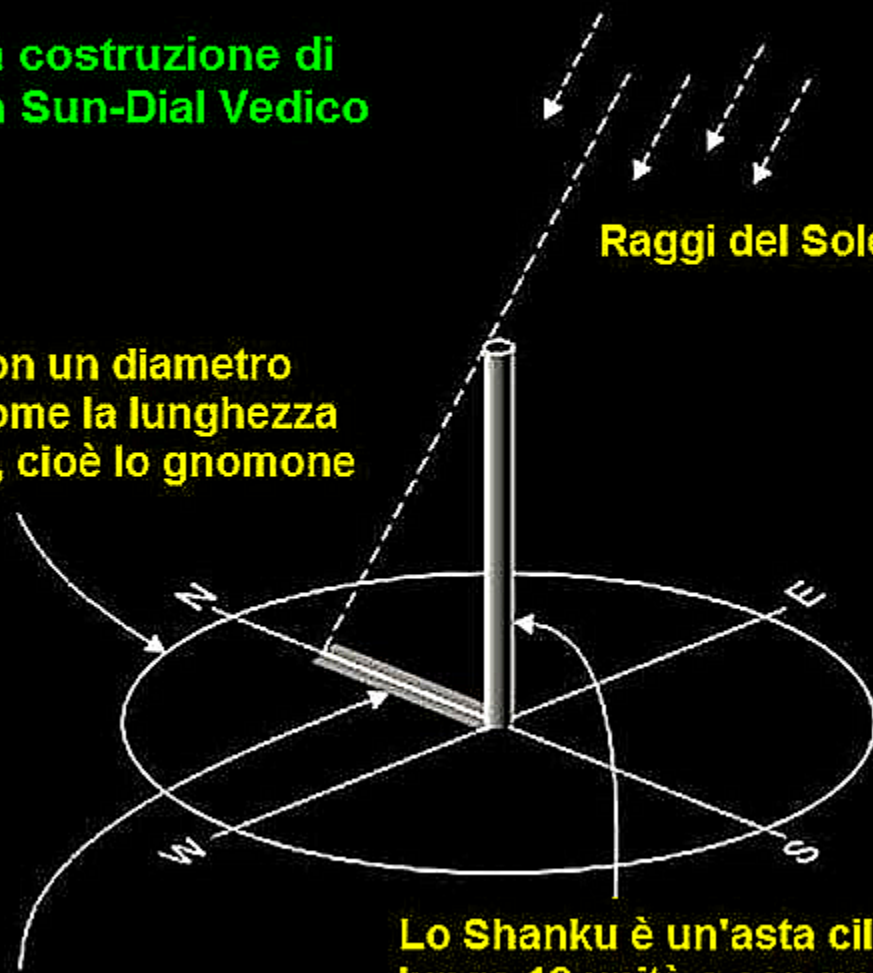
La costruzione di
un Sun-Dial Vedico

Raggi del Sole

Un cerchio con un diametro
di 12 unità, come la lunghezza
dello Shanku, cioè lo gnomone

L'ombra dello Shanku
(gnomone) proiettata
dal Sole

Lo Shanku è un'asta cilindrica
lunga 12 unità e con un diametro
di 2 unità posizionata verticalmente
al centro del cerchio tracciato
sul terreno



Origine del "Cerchio Indiano"

Questo

metodo corrisponde di fatto ad un rito molto antico risalente all'India Vedaica da cui deriva la sua denominazione, e messo a punto intorno al 1600 a.C. come rileviamo nei *Vedanga Jautisha*, gli almanacchi astronomici che costituivano le appendici ai testi vedici e indicavano la corretta metodologia per costruire ed orientare astronomicamente gli altari destinati alle preghiere ed ai sacrifici. La denominazione sanscrita della linea equinoziale in questi testi è *prācī*. La procedura è descritta in dettaglio solamente in due testi: nel *Katyayana* e nel *Manu*, mentre i testi *Baudhayana* e *Apastabanba* considerano il *prācī* come già stabilita e materializzata sul terreno, e questo indica che il metodo del "cerchio indiano" era un algoritmo pressoché noto a tutti gli appartenenti al popolo degli Arya. Ma vediamo la citazione originale:

समे शंकुं निखाय शंकुसम्मिताया रज्ज्वा
मण्डलं परिलिख्य यत्र लेखयोः
शंकुवग्रच्छाया निपतति
तत्र शंकू निहन्ति सा प्राची ।

che tradotta, e adattata alla sintassi italiana, ci dice:

“fissato un palo verticale sul terreno piano si traccia un cerchio usando una corda lunga quanto il palo. Poi si fissano due pioli sul cerchio dove cadono le ombre uguali della punta del palo. Questo [la linea congiungente i due pioli] è il prācī”.

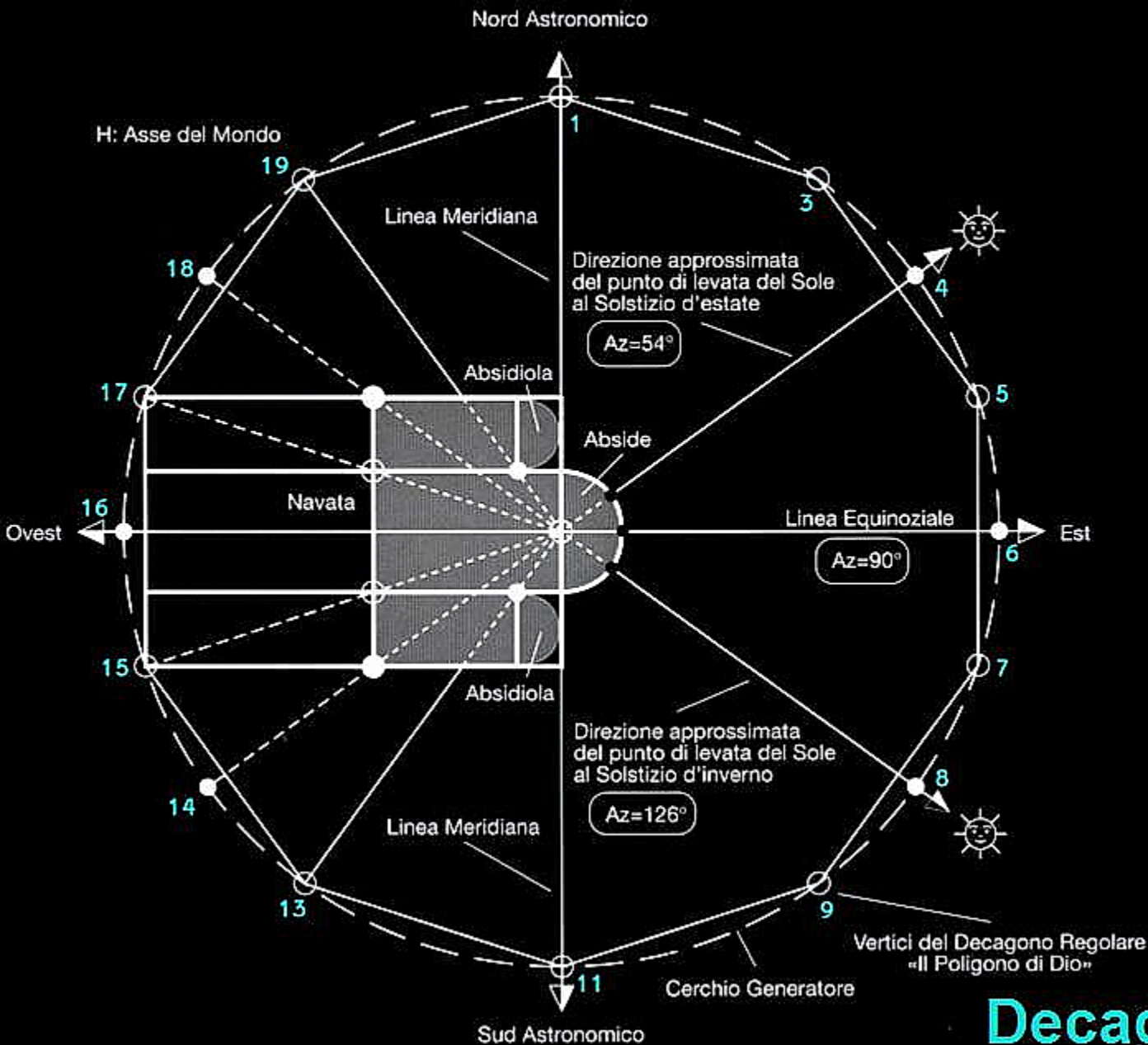
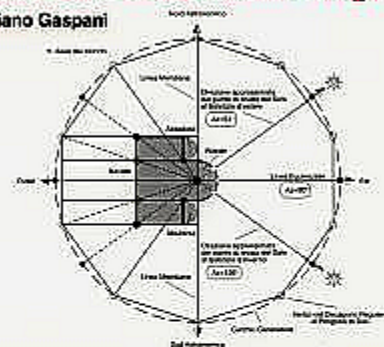
Una simile descrizione la troviamo anche nel *Tantrasamuccaya* che è un antico testo indiano di architettura ed in altri testi Tantra in relazione alla costruzione degli edifici sacri (*mandapas*) e ai focolari sacri (*kundas*) . Inoltre nel *Kātyāyana* è descritto un ulteriore passo per determinare la “*udīcī*” cioè la linea meridiana locale dopo che il *prācī* è stato stabilito.

Ma c'è di meglio. Secondo il codice indù *Nānasāra-Shilpa-Shāstra*, nel quadrato di base, lo «spirito del luogo» (*vāstu-purusha*) è immaginato come un uomo disteso in modo che la testa sia rivolta a oriente, mentre la mano destra raggiunge l'angolo sud-est, la mano sinistra l'angolo nord-est, e i due piedi divaricati gli angoli sud-ovest e nord-ovest; è un uomo coricato con il viso rivolto a terra. Si suppone che il centro del suo corpo ricopra il punto centrale consacrato a Brahma. Secondo questa immagine ogni tempio è simbolicamente il corpo di *Purusha*, lo Spirito Universale... Il tempio cristiano è tradizionalmente a forma di croce e l'uomo rappresenta simbolicamente il Crocifisso, rivolto al cielo, il viso reclinato a sinistra e i piedi uniti.

Le direzioni solstiziali solari

Astronomia e geometria nelle antiche chiese alpine

Adriano Gaspari



Sole
Decagono Regolare

$$Az = 18^\circ (m-1)$$

Azimut generati mediante il "Poligono di Dio"
e corrispondenti fenomeni astronomici
(Latitudine: +45 gradi)

$A_m = 18^\circ (m-1)$		
m	Azimut	Fenomeno astronomico correlato
1	0°	Meridiano astronomico locale, direzione Nord
2	18°	
3	36°	
4	54°	Sorgere del Sole al Solstizio d'Estate
5	72°	Minimo azimut della levata del Sole a Pasqua
6	90°	Sorgere del Sole agli Equinozi
7	108°	
8	126°	Sorgere del Sole al Solstizio d'Inverno
9	144°	
10	162°	
11	180°	Meridiano astronomico locale, direzione Sud
12	198°	
13	216°	
14	234°	Tramonto del Sole al Solstizio d'Inverno
15	252°	
16	270°	Tramonto del Sole agli Equinozi
17	288°	
18	306°	Tramonto del Sole al Solstizio d'Estate
19	324°	
20	342°	

Confronto con i dati astronomici per l'anno 1000.
(corretti per la Rifrazione e per $h_0=0^\circ$)

m	Azimut	Latitudine ϕ (gradi)				
	A_m	+45°	+46°	+47°	+48°	+49°
1	0°	0°.0	0°.0	0°.0	0°.0	0°.0
2	18°					
3	36°					
4	54°	54°.9	54°.1	53°.3	52°.5	51°.6
5	72°	73°.1	72°.8	72°.5	72°.1	71°.7
6	90°	89°.4	89°.4	89°.4	89°.4	89°.3
7	108°					
8	126°	123°.7	124°.4	125°.1	125°.9	126°.7
9	144°					
10	162°					
11	180°	180°.0	180°.0	180°.0	180°.0	180°.0
12	198°					
13	216°					
14	234°	236°.3	235°.6	234°.9	234°.1	233°.3
15	252°					
16	270°	270°.6	270°.6	270°.6	270°.6	270°.7
17	288°					
18	306°	305°.1	305°.9	306°.7	307°.5	308°.4
19	324°					
20	342°					

Decagono Regolare

NORD ASTRONOMIC

direzione approssimata del sorgere della Luna al lunistizio estremo superiore

Az=45°

direzione approssimata del sorgere della Luna al lunistizio intermedio superiore

Az=63°

direzione di estrema digressione della levata del Sole a Pasqua

Az=72°

direzione approssimata del sorgere della Luna al lunistizio intermedio inferiore

Az=117°

direzione approssimata del sorgere della Luna al lunistizio estremo inferiore

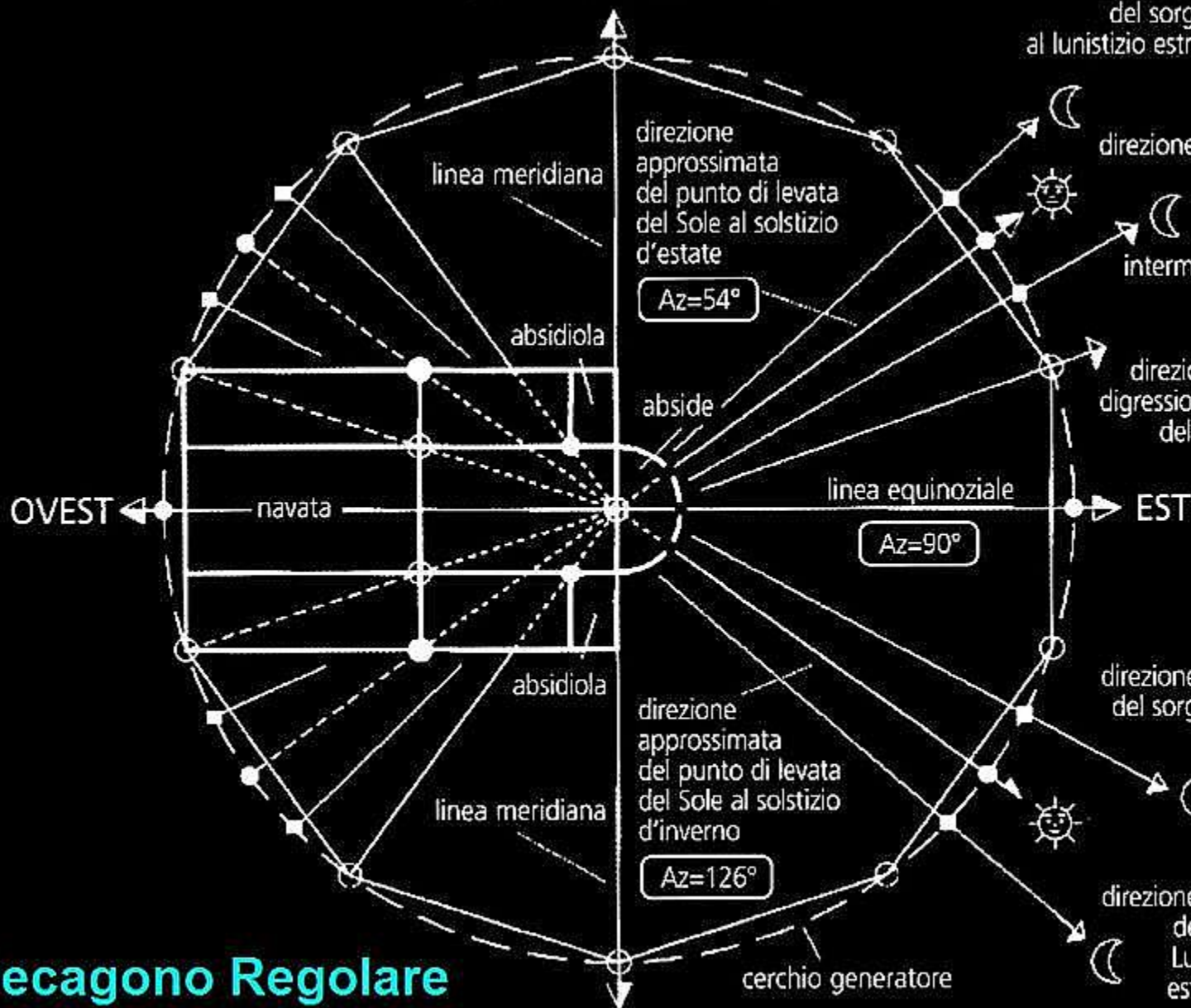
Az=135°

direzione approssimata del punto di levata del Sole al solstizio d'estate

Az=54°

direzione approssimata del punto di levata del Sole al solstizio d'inverno

Az=126°

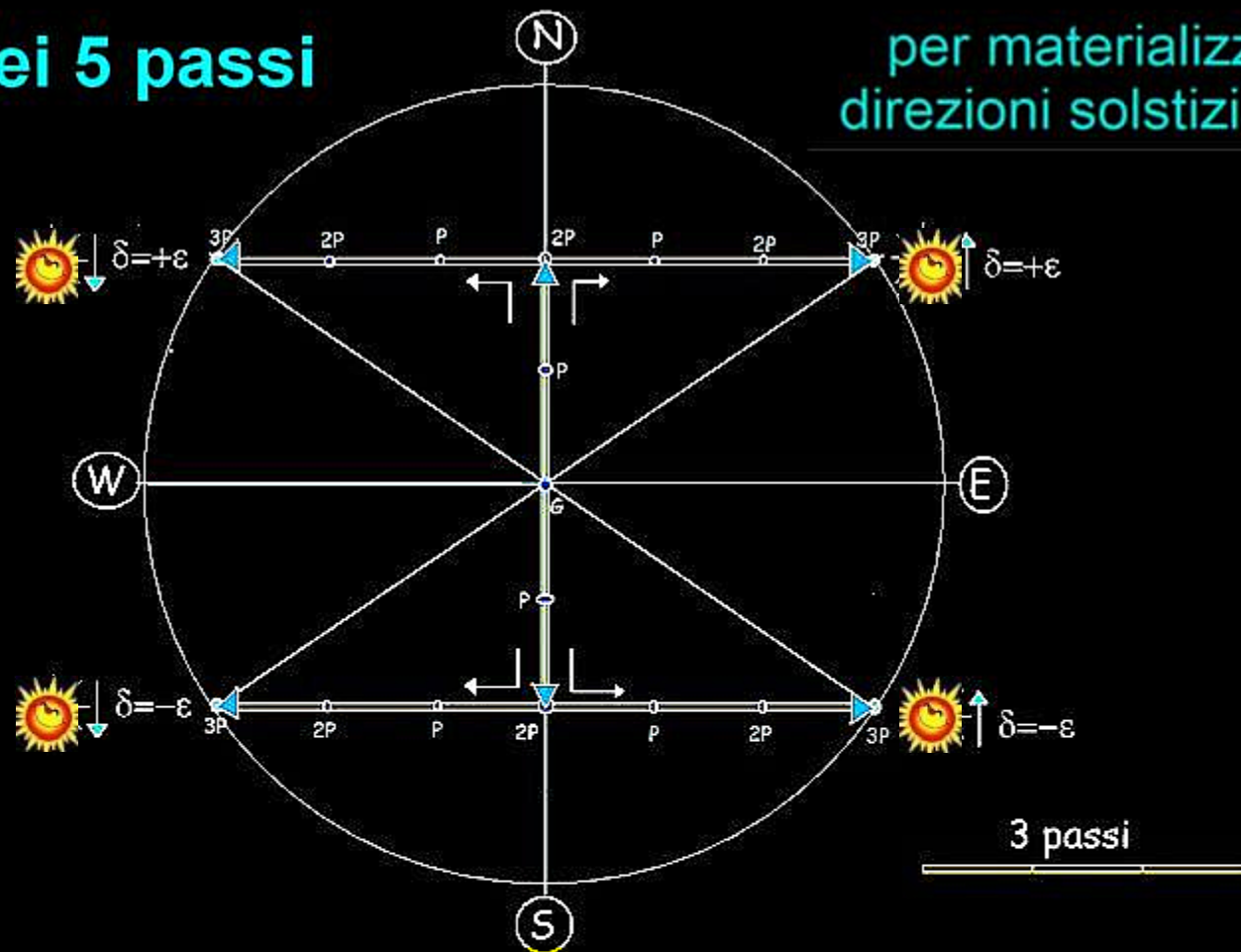


Decagono Regolare
Sole+Luna

SUD ASTRONOMIC

Metodo dei 5 passi

per materializzare le
direzioni solstiziali solari

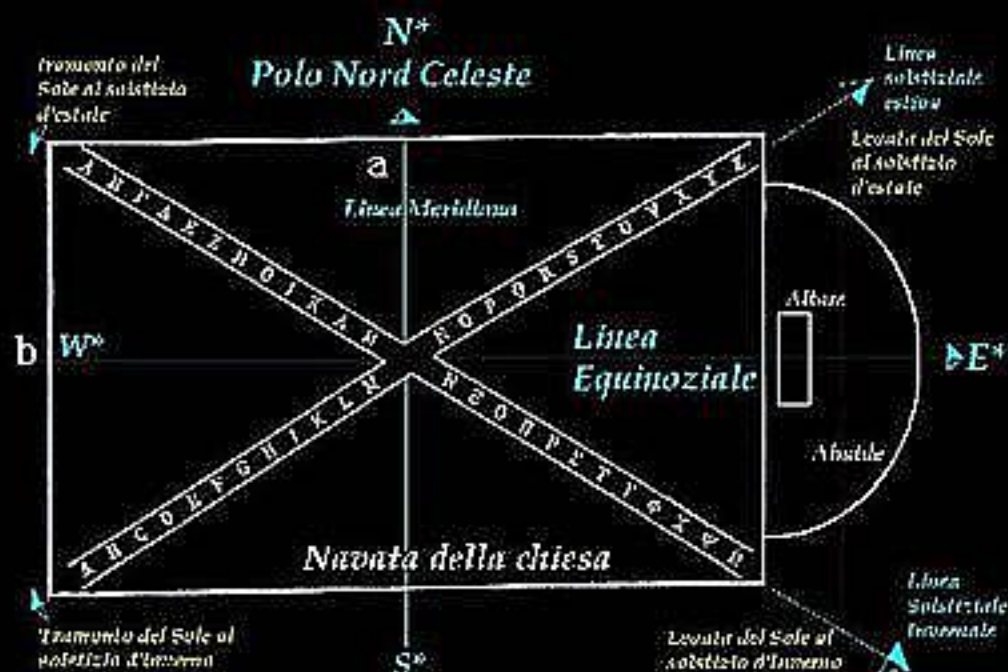


Metodo per definire le direzioni della levata e del tramonto del Sole ai solstizi mediante il semplice conteggio dei passi.

G è il punto di partenza dal quale si percorre un numero opportuno di passi P in avanti, indietro, a destra ed a sinistra. Alla latitudine nord-italica e centro-europea la combinazione: 2 passi nella direzione meridiana e 3 passi nella direzione equinoziale produce buone stime delle direzioni delle levate e dei tramonti del Sole ai solstizi.

Il rettangolo solstiziale

Il rettangolo solstiziale utilizzato nella progettazione delle chiese medioevali è orientato secondo le direzioni cardinali con l'asse maggiore parallelo alla linea equinoziale (E-W) locale e quello minore parallelo alla linea meridiana (N-S).



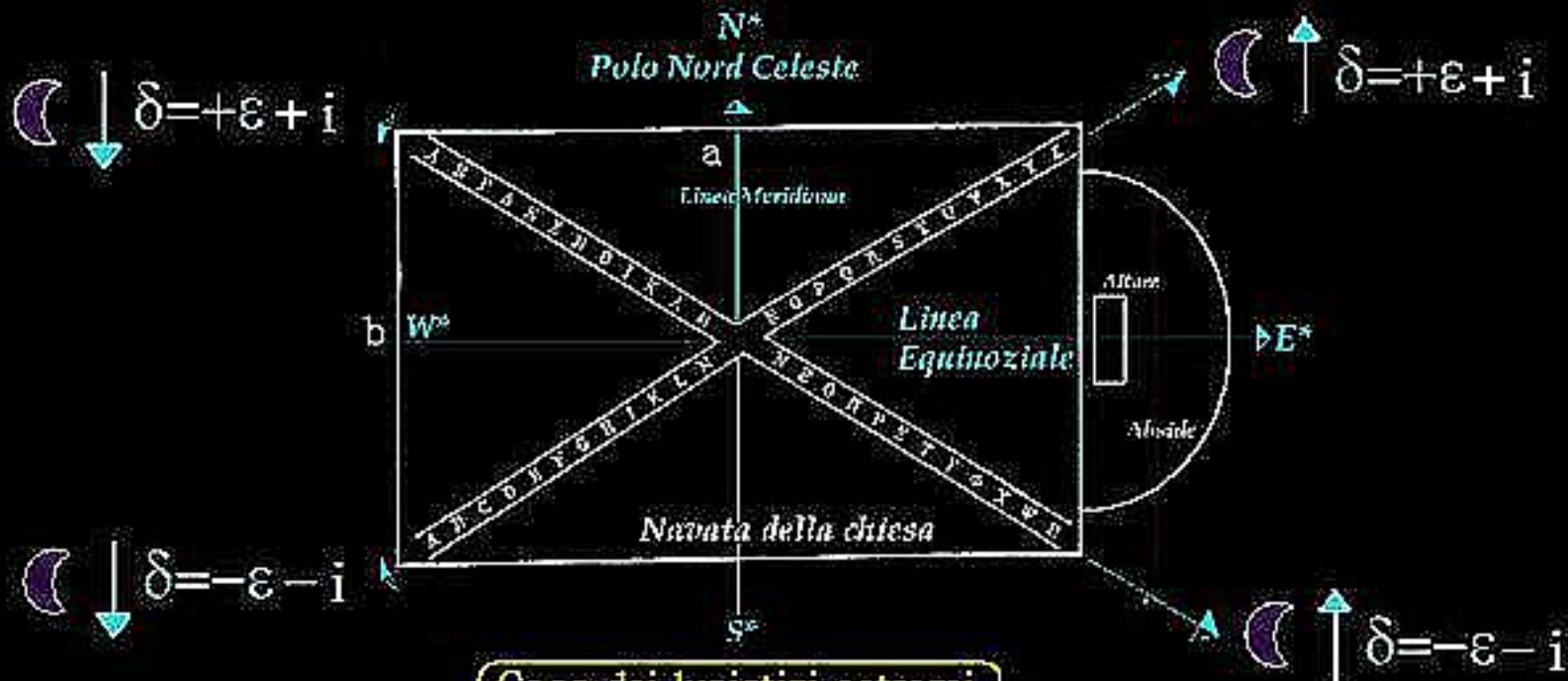
I lati a e b del rettangolo solstiziale hanno le dimensioni scelte in modo tale che le diagonali del rettangolo siano allineate nelle direzioni della levata e del tramonto del Sole ai solstizi. Deve quindi essere:

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varepsilon)} - 1}$$

Dove φ è la latitudine geografica.

Il rettangolo lunistiziale lunare

Il rettangolo lunistiziale utilizzato nella progettazione delle chiese medioevali è orientato secondo le direzioni cardinali con l'asse maggiore parallelo alla linea equinoziale (E-W) locale e quello minore parallelo alla linea meridiana (N-S).



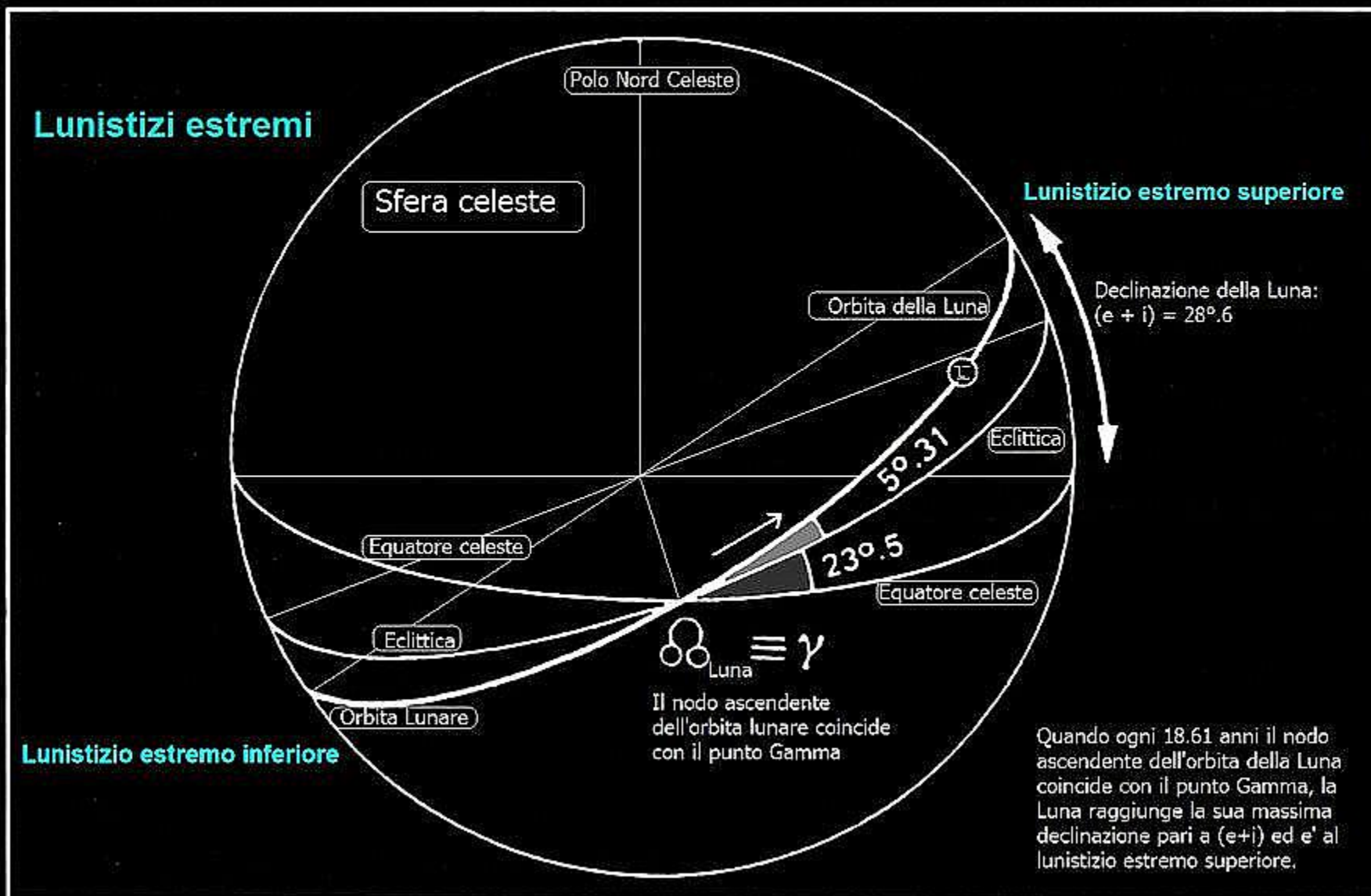
Caso dei lunistizi estremi

I lati a e b del rettangolo lunistiziale hanno le dimensioni scelte in modo tale che le diagonali del rettangolo siano allineate nelle direzioni della levata e del tramonto della Luna ai lunistizi. Deve quindi essere:

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi)}{\sin^2(\varepsilon+i)} - 1}$$

Lunistizi estremi

Orientazione lunistiziale lunare



Lunistizi superiori

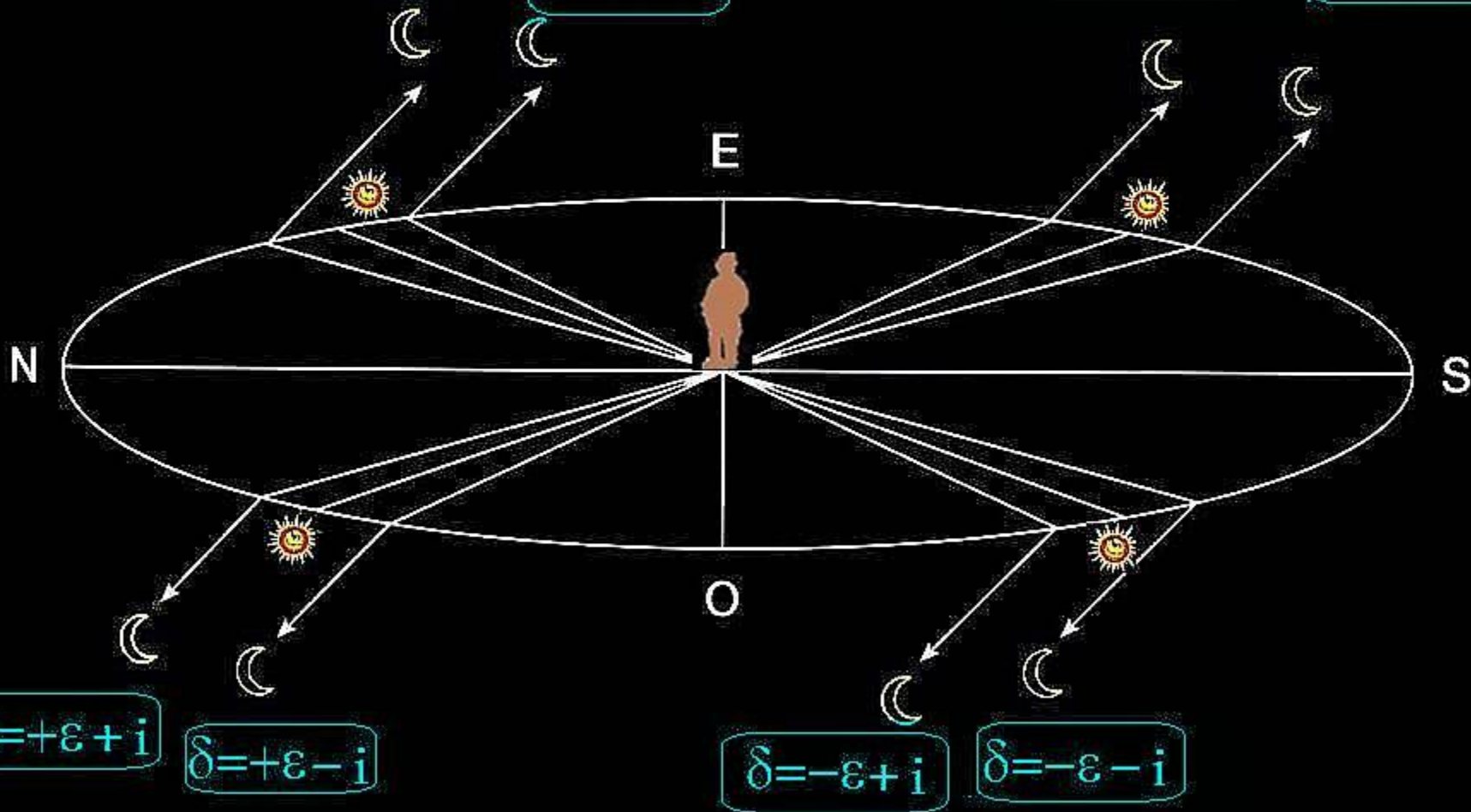
Lunistizi inferiori

$$\delta = +\varepsilon + i$$

$$\delta = +\varepsilon - i$$

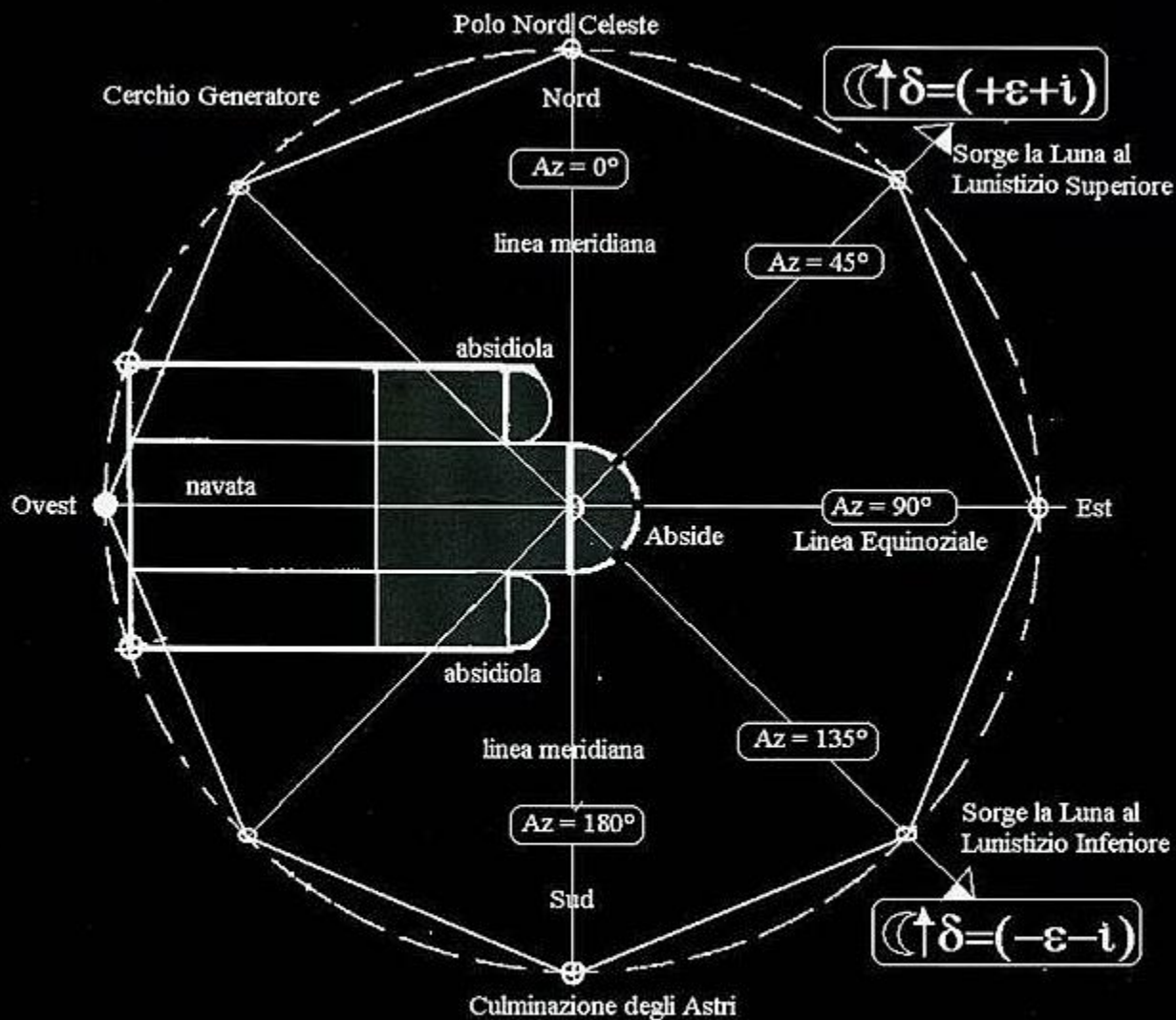
$$\delta = -\varepsilon + i$$

$$\delta = -\varepsilon - i$$

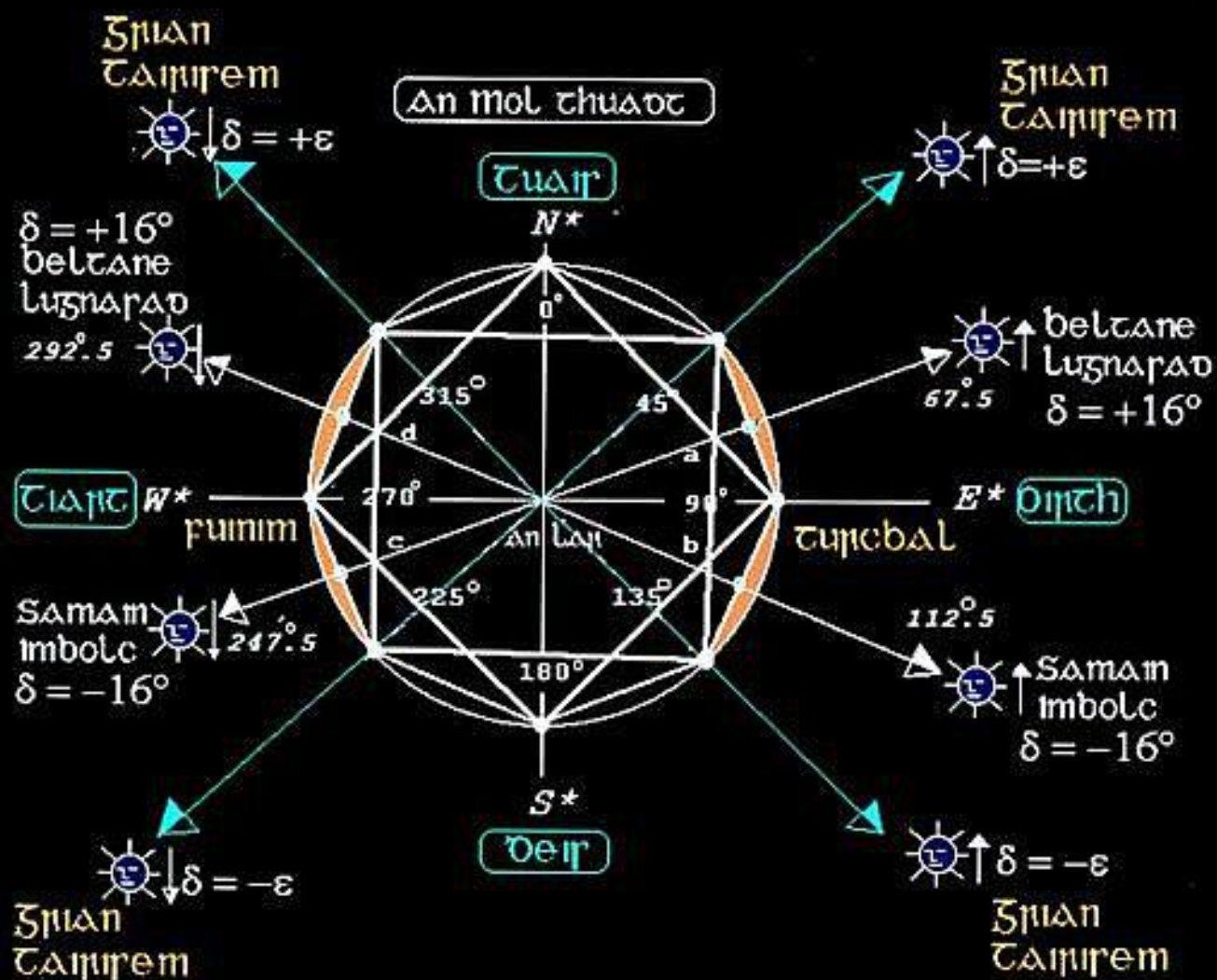


Lunistizi superiori

Lunistizi inferiori



Critério lunare di orientazione astronomica di una chiesa.



Mappatura del Cielo e ripartizione dello Spazio nell'Irlanda altomedioevale

Analisi Esoterica

Esoterico = condiviso tra pochi

L'equazione:

$$\sin(A) \mp \frac{\phi}{2} = 0$$

con:

$$\phi = 1.618... \text{ (numero aureo)}$$

risolta in $[0^\circ-360^\circ]$ ammette 4 radici reali e distinte:

$$A1 = 54^\circ; A2 = 126^\circ; A3 = 234^\circ; A4 = 306^\circ$$

Aggiungendo $\pm 9^\circ$ alle radici si ottengono gli Azimut di levata e tramonto della Luna ai Lunistizi

Numero Aureo

$$\phi = 1.618....$$

in più:

Sorgere del Sole agli Equinozi

$$Az = 90^\circ$$

Tramonto del Sole agli Equinozi

$$Az = 270^\circ$$

Massima digressione settentrionale
della levata del Sole a Pasqua

$$Az = \arccos(1/(2 \cdot \phi)) = 72^\circ$$

Sorgere del Sole al Solstizio d'Estate

$$Az = \arcsin(\phi/2) = 54^\circ$$

Sorgere del Sole al Solstizio d'Inverno

$$Az = \arcsin(\phi/2) = 126^\circ$$

Tramonto del Sole al Solstizio d'Inverno

$$Az = \arcsin(-\phi/2) = 234^\circ$$

Tramonto del Sole al Solstizio d'Estate

$$Az = \arcsin(-\phi/2) = 306^\circ$$

Convenzione dei segni

+ $\phi/2$: sorgere

- $\phi/2$: tramonto

Azimut di sorgere del Sole ai solstizi e agli equinozi in funzione del Numero Aureo Φ

Valori approssimati dell'azimut astronomico di sorgere e tramontare del Sole ai solstizi e agli equinozi per l'Europa Centrale calcolati in funzione del Numero Aureo Φ

Solstizio d'Estate  $\delta = +\epsilon$

$$Az = \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Solstizio d'Estate  $\delta = +\epsilon$

$$Az = 360^\circ - \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Equinozi  $\delta = 0$

$$Az = 90^\circ$$

Equinozi  $\delta = 0$

$$Az = 270^\circ$$

Solstizio d'Inverno  $\delta = -\epsilon$

$$Az = 180^\circ - \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Solstizio d'Inverno  $\delta = -\epsilon$

$$Az = 180^\circ + \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Dove $\phi = 1,618$ è il Numero Aureo

Azimut di sorgere e di tramontare della Luna ai lunistizi in funzione del Numero Aureo Φ

Per una latitudine geografica corrispondente all' Centro Europa è possibile utilizzare il Numero Aureo Φ per stimare gli azimut astronomici di sorgere e di tramontare della Luna ai Lunistizi estremi ed intermedi.

Lunistizio estremo superiore : ☾ $\uparrow \delta=+\varepsilon+i$

$$Az = \frac{5}{6} \cdot \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio intermedio superiore : ☾ $\uparrow \delta=+\varepsilon-i$

$$Az = \frac{7}{6} \cdot \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio estremo inferiore : ☾ $\uparrow \delta=-\varepsilon-i$

$$Az = 90^\circ + \frac{5}{4} \cdot \arccos\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio intermedio inferiore : ☾ $\uparrow \delta=-\varepsilon+i$

$$Az = 90^\circ + \frac{3}{4} \cdot \arccos\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio estremo superiore : ☾ $\downarrow \delta=+\varepsilon+i$

$$Az = 360^\circ - \frac{5}{6} \cdot \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio intermedio superiore : ☾ $\downarrow \delta=+\varepsilon-i$

$$Az = 360^\circ - \frac{7}{6} \cdot \arcsin\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio estremo inferiore : ☾ $\downarrow \delta=-\varepsilon-i$

$$Az = 270^\circ - \frac{5}{4} \cdot \arccos\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Lunistizio intermedio inferiore : ☾ $\downarrow \delta=-\varepsilon+i$

$$Az = 270^\circ - \frac{3}{4} \cdot \arccos\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Dove: $\Phi = 1.618\dots$ è il Numero Aureo

Una corrispondenza interessante...

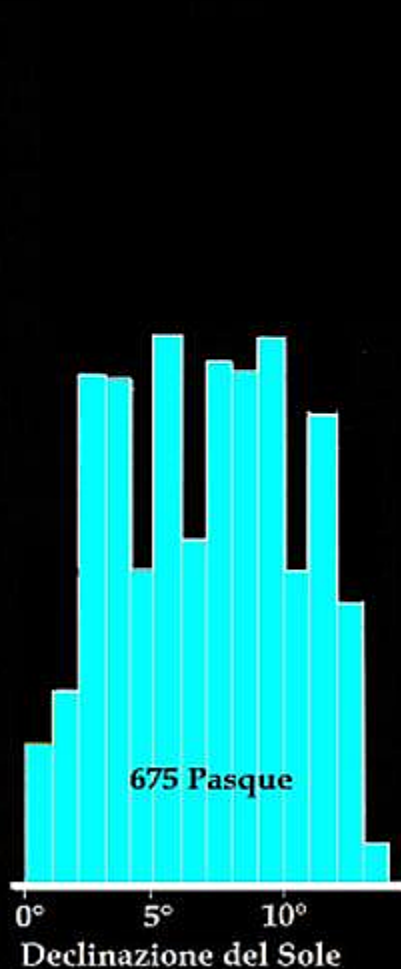
$$\pi = \frac{6}{5}(1 + \Phi) + \dots$$

$$\pi - \frac{6}{5}(1 + \Phi) = -0.00004815\dots$$

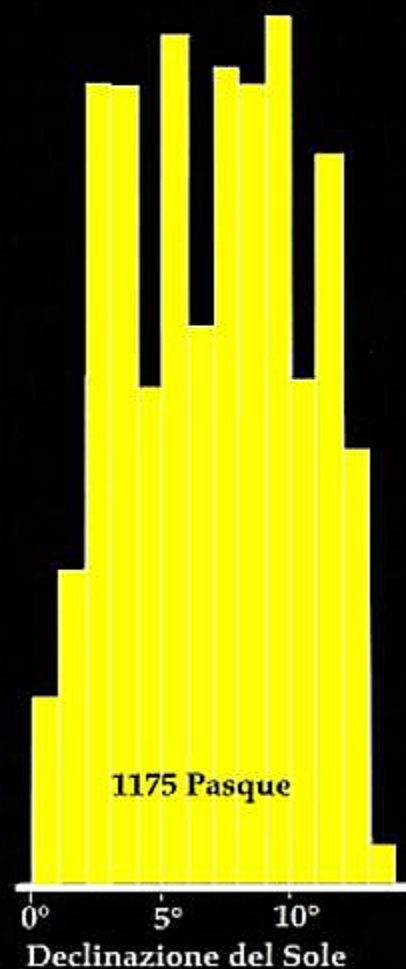
Orientazione di una chiesa all'alba della domenica di Pasqua

L'orientazione era possibile solo a vista
osservando il punto di sorgere del Sole
alla mattina della Pasqua

Distribuzione delle date della Pasqua dal Concilio di Nicea (325 d.C.) al 1500



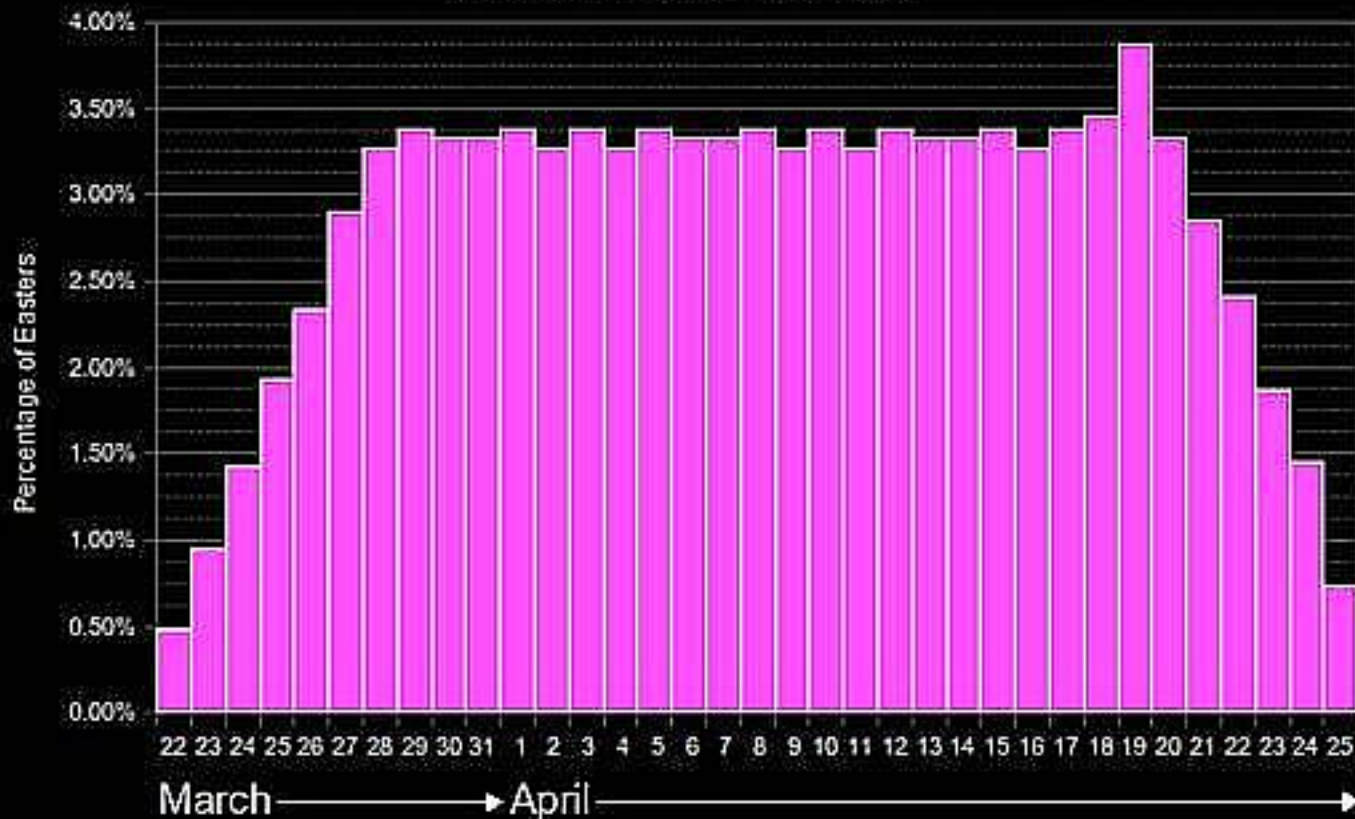
Pasqua dal 325 d.C. al 1000 d.C.



Pasqua dal 325 d.C. al 1500 d.C.

Distribution of the Date of Easter

(Complete 5,700,000 year cycle)

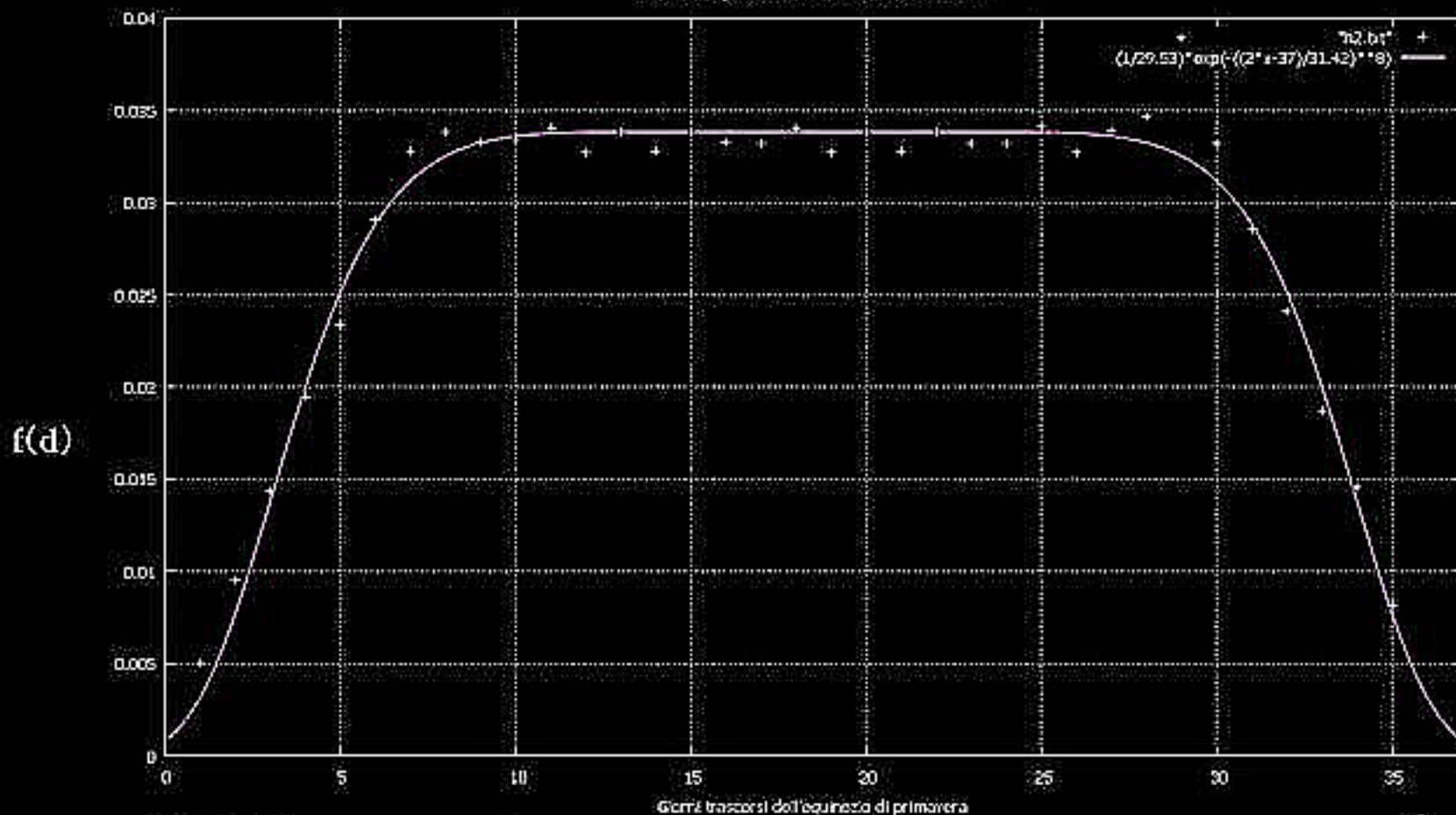


**Massima digressione settentrionale
della levata del Sole a Pasqua**

$$Az = \arccos(1/(2 \cdot \phi)) = 72^\circ$$

Frequenza e probabilità di occorrenza della Pasqua gregoriana

Pasqua Gregoriana su un ciclo di 5.700.000 anni



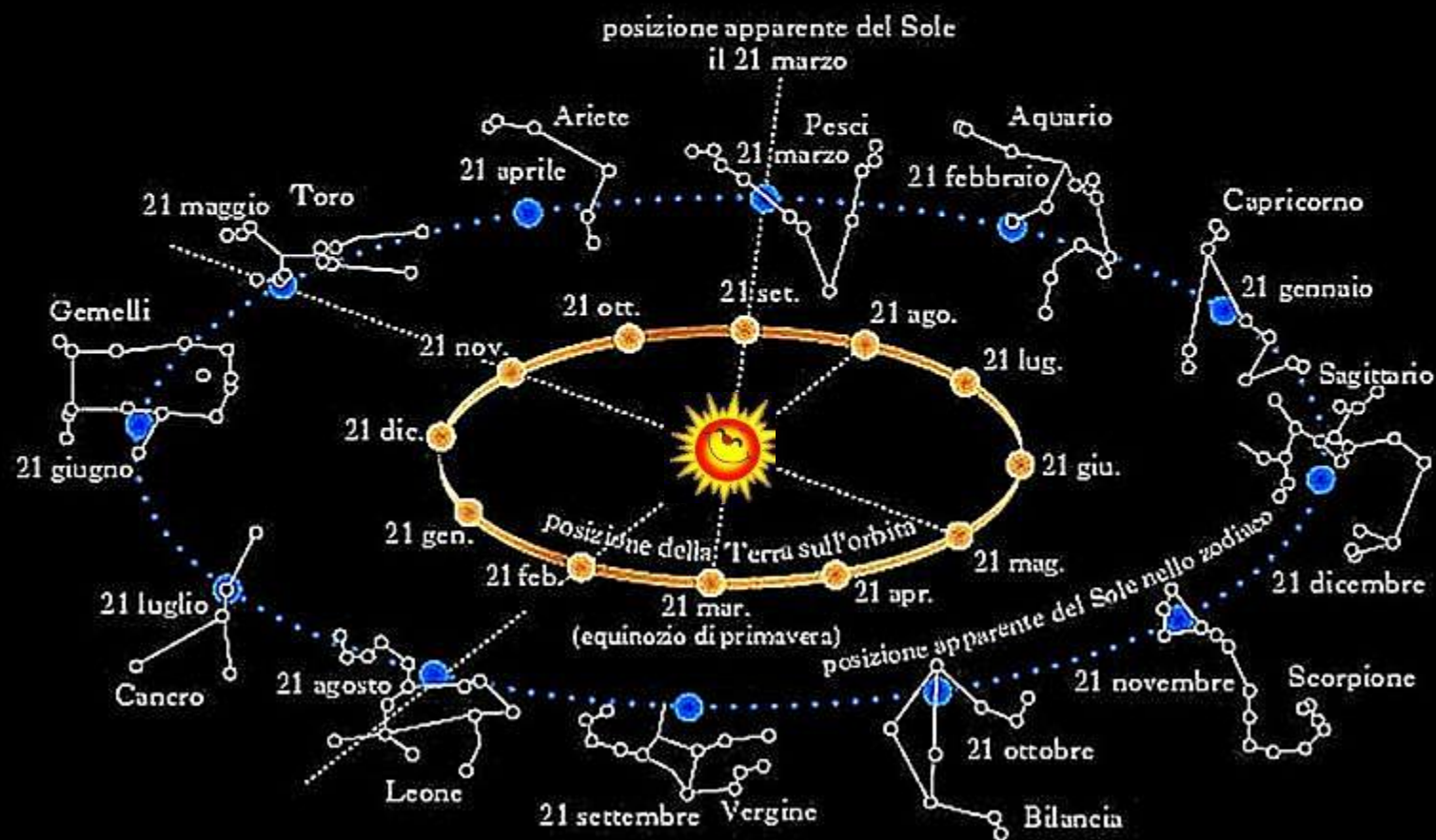
Modello matematico:

$$f(d) = \frac{1}{P_s} e^{-\left(\frac{2d-37}{M+1}\right)^8}$$

P_s = Periodo sinodico lunare
 M = mese solare medio

$P_s = 29.5306$ giorni
 $M = 365/12 = 30.417$ giorni

Regole Astrologiche nella costruzione delle chiese antiche






Harmonia Macrocosmica

Andreas Cellarius (1661)

ETHNICI ZODIACI SIGNA

I.	♈. ARIES.
II.	♉. TAURUS.
III.	♊. GEMINI.
IV.	♋. CANCER.
V.	♌. LEO.
VI.	♍. VIRGO.
VII.	♎. LIBRA.
VIII.	♏. SCORPIUS.
IX.	♐. SAGITTARIUS.
X.	♑. CAPRICORNUS.
XI.	♒. AQUARIUS.
XII.	♓. PISCES.

SIGNIFERI CHRISTIANI SIGNA

	S. P E T R U S.
	S. A N D R E A S.
	S. J A C O B U S M A J O R.
	S. J O H A N N E S E V A N G E L I S T A.
	S. T H O M A S.
	S. J A C O B U S M I N O R.
	S. P H I L I P P U S.
	S. B A R T H O L O M Æ U S.
	S. M A T T H Æ U S E V A N G E L I S T A.
	S. S I M O N.
	S. T H A D D Æ U S.
	S. M A T T H I A S.

Zodiaco Cristiano

Tre momenti fondamentali nella edificazione di una chiesa

1) Orientazione

tracciamento della linea dell'asse della chiesa secondo la direzione astronomica voluta.

2) Fondazione

posa della prima pietra e inizio della
costruzione

3) Consacrazione

dedicazione al santo oppure al Cristo
oppure alla Vergine Maria e asta per
il Beneficio

occorrevano tre vescovi e tre diaconi
che svolgevano una rito molto lungo
e complesso

In Nomine Domini. Millesimo ducentesimo octavo, Inditione undecima, die Mercurii, terciodecimo die exennte mense iunii, extra civitatem Pergami non multus longe a Murgula....

....Hec omnia suprascripta facta sunt et aprobata auctoritate suprascripti domini episcopi et confratum suorum supradictorum et Pergamensis ecclesiae Canonorum qui erant ibi presentes et tunc incontinenti figit crucem in loco ubi altare debet construi[...] et signavit cum baculo episcopalis circuitum illius ecclesiae asperiendo locuum cum aqua benedicta et incenso es suum officium complevit.

Nel nome del Signore.

1208 Giugno 28 - Mercoledì - Indizione XI

Fuori [delle mura] della città di Bergamo non molto distante dalla Morla...

... Il vescovo [Lanfranco] e i suoi colleghi... e tutti i canonici della chiesa di Bergamo che erano lì presenti... procede allora a tracciare un croce nel posto in cui l'altare deve essere costruito e segna con il bacolo episcopale il perimetro di quella chiesa aspergendo il luogo con acqua benedetta ed incenso e completando il suo ufficio.

Rito di Consacrazione

Rito di Consacrazione

1208 giugno 28, "extra civitatem Pergami,
non multum longe a Murgola"

(SN) In nomine Domini. Millesimo ducentesimo octavo, indictione undecima, die mercurii, terciodecimo die exeunte mense iunii; extra civitatem / Pergami, non multum longe a Murgula, in terra que fuit Galicioli Bucalupe Durentum et que modo est Iohannis Gatussi; presencia infrascriptorum / testium. Cum dominus Lanfrancus, Pergamensis episcopus, in presencia et cum consilio et de consensu domini Algisil de Credario, Pergamensis ecclesie archipresbiteri, et domini Lanfranci archipresbiteri de Cli/xione, magistri Ottoboni de Sancta Eufemia, domini presbiteri Domafolli et Girardi de Caravazzo, Bertrami de Foro, Guillelmi de Gercaconacii, Arderici Advocati et Guillelmi de Zoppis, Petri / domini Alberti Albertoni, Anselmi Attonis Maliavacce de Rivola, Martini de Roxiate et Onifredi Rogerii de Surlascho, confratrum suorum et eiusdem ecclesie canonicorum, ad petitionem / Iohannis Gatussi, paratus esset figere crucem in signum edificande ecclesie ad titulum et nomen Sancti Antonii et hoc ad honorem domini Iesu Christi et beate Marie Virginis et omnium sanctorum, / sicut canones precipiunt, petivit a supradicto Iohanne Gatussio ut provideret unde ipsa ecclesia debetur custodiri et illuminari et officiarl; ad hec respondit suprascriptus Iohannes, dicens quod / volebat et ordinabat quod omnes res hospitalis ibi constituti deberent esse obligate ad supradicta facienda ut superius specificatum est, et dixit et ordinavit

quod volebat quod / dicta ecclesia edificaretur sub protectione et cura ecclesie Sancti Vincencii, ita scilicet quod ecclesia et hospitale debeant dare omni anno censum communiter ipsi ecclesie Sancti Vincencii / [unam] libram cere et non plus, cum omni cautela et defensione et securitate ita quod alia imposita nec super imposita nec aliquod gravamen ipsi ecclesie Sancti Antonii et ipsi hospitali per / ipsam ecclesiam Sancti Vincentii nec per confratres illius ecclesie Sancti Vincencii aliquo modo fieri debeant, sed firmum et ratum debet haberi pro ecclesia ista noviter edificata / quicquid ordinatum est condam et continetur in instrumento quod dicebant fore ordinatum per Magifredum Menezati notarium, de protectione et munitione et securitate / illius hospitalis, ita quod ipsa ecclesia Sancti Antonii sit libera et segura et sine condic[ti]one aliqua, excepto tamen quod ipsa ecclesia noviter edificata et illud hospitale debent dare / omni anno suprascripte ecclesie Sancti Vincencii censum unam libram cere ut superius dictum est. Hec omnia suprascripta facta sunt et aprobata auctoritate suprascripti domini episcopi et confratrum suorum / supradictorum et Pergamensis ecclesie canonicorum, qui erant ibi presentes, et tunc incontinenti figit crucem in loco ubi altare debet construi et signavit cum / baculo episcopali circuitum illius ecclesie, asperiendo locum cum aqua benedicta et incenso et suum officium complevit. Ad hoc fuerunt testes / magister Ravinaldus, Landulfus custos ecclesie Sancti Vincentii, et Ottobonus Sinecapite, Adam Ferarius de Longulo, et Sanzanom de Zoppis et Guillelmus de Surlascho / et Iohannes Ferandi servitor, et multi alii; et plures cartule fieri rogate sunt.

(SN) Ego Iohannes Regapanis, domini Henrici imperatoris notarius, interfui et rogatus scripsi.

Originale: Bergamo, Biblioteca Civica A. Mai, Fondo Pergamene, nr. 3831
[A]. Pergamena in discreto stato di conservazione con alcune macchie e lacune nel margine superiore destro e nella parte centrale (alla riga 11) con qualche danno per la lettura.

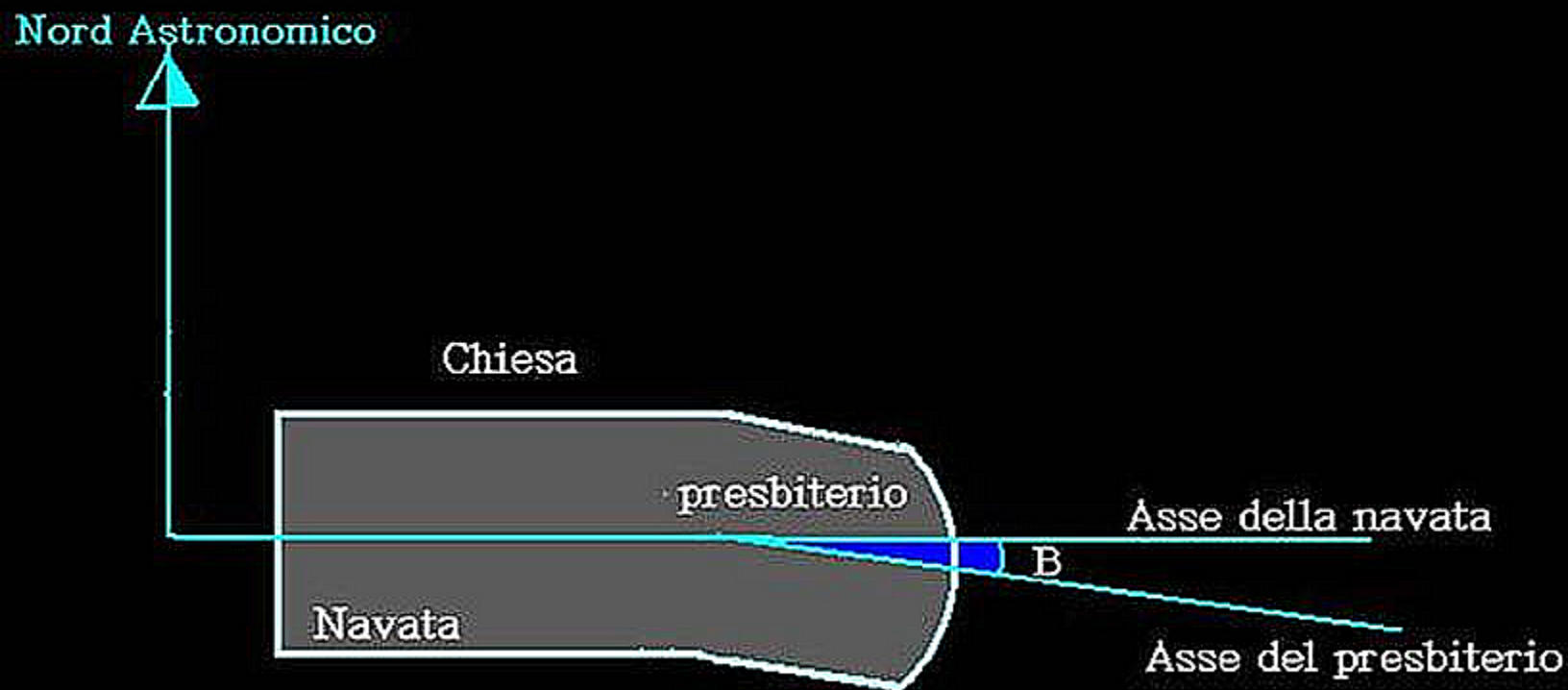
Le procedure 2) e 3) (fondazione e consacrazione) richiedevano il soddisfacimento di strettissimi vincoli astrologici

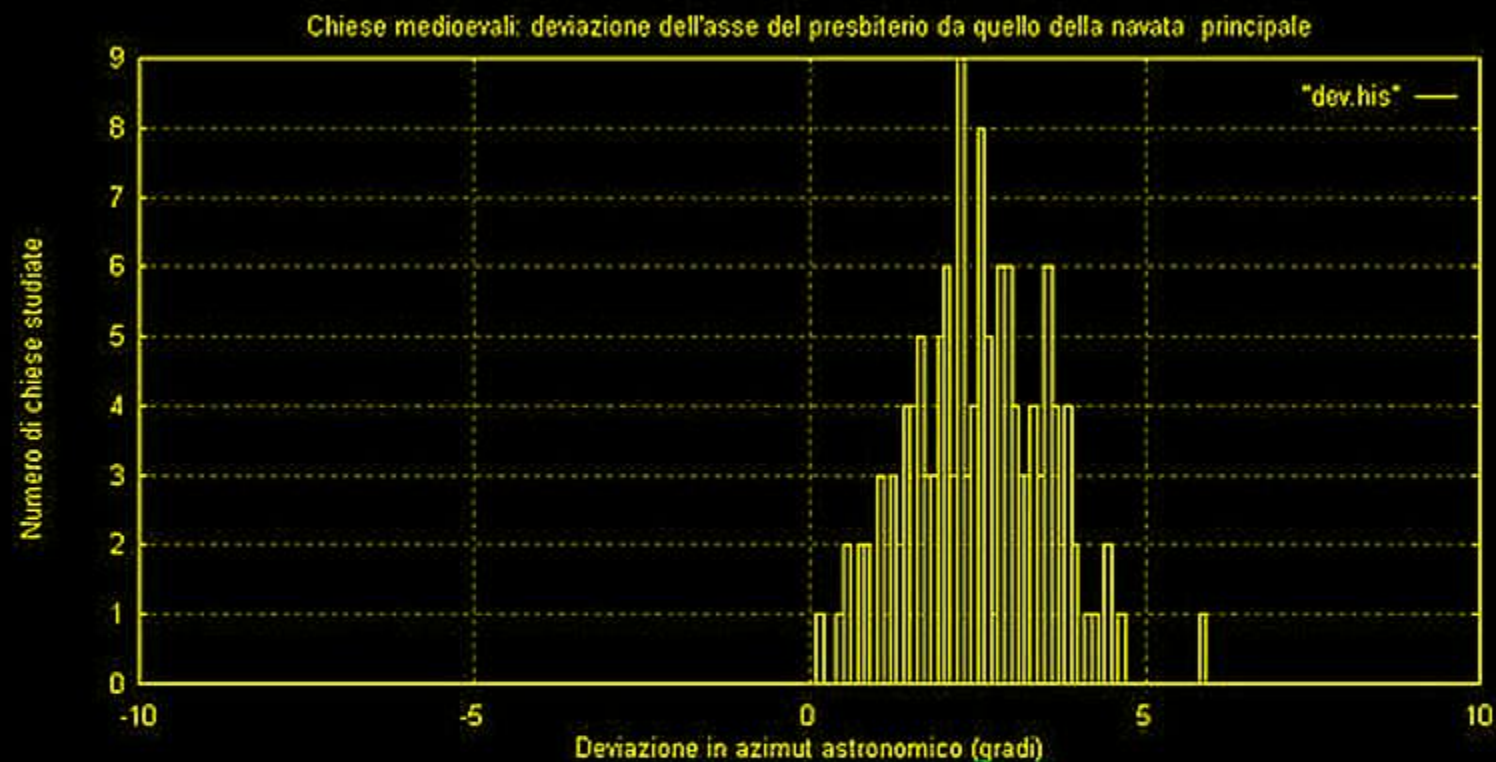
I luminari coinvolti erano la Luna e Saturno

Regole Astrologiche per l'Edificazione delle Chiese Medioevali

- a) La Luna deve trovarsi nelle costellazioni favorevoli:
Sagittario, Aquario, Leone, Toro, Cancro
- b) La Luna NON deve trovarsi nelle costellazioni sfavorevoli:
Scorpione, Pesci, Capricorno
- c) La Luna NON deve essere in congiunzione con:
Saturno
- d) La Luna non deve essere posta nella costellazione ascendente, quindi se la chiesa è allineata sul punto di sorgere del Sole, la Luna NON deve essere al novilunio
- e) La Luna non deve essere al plenilunio
- f) L'età della Luna deve essere compresa tra 1 e 13 giorni oppure tra 16 e 29 giorni. Meglio se tra 1 e 7 giorni e tra 21 e 29 giorni.

Deviazione dell'asse del presbiterio-abside rispetto all'asse della navata nelle chiese medioevali

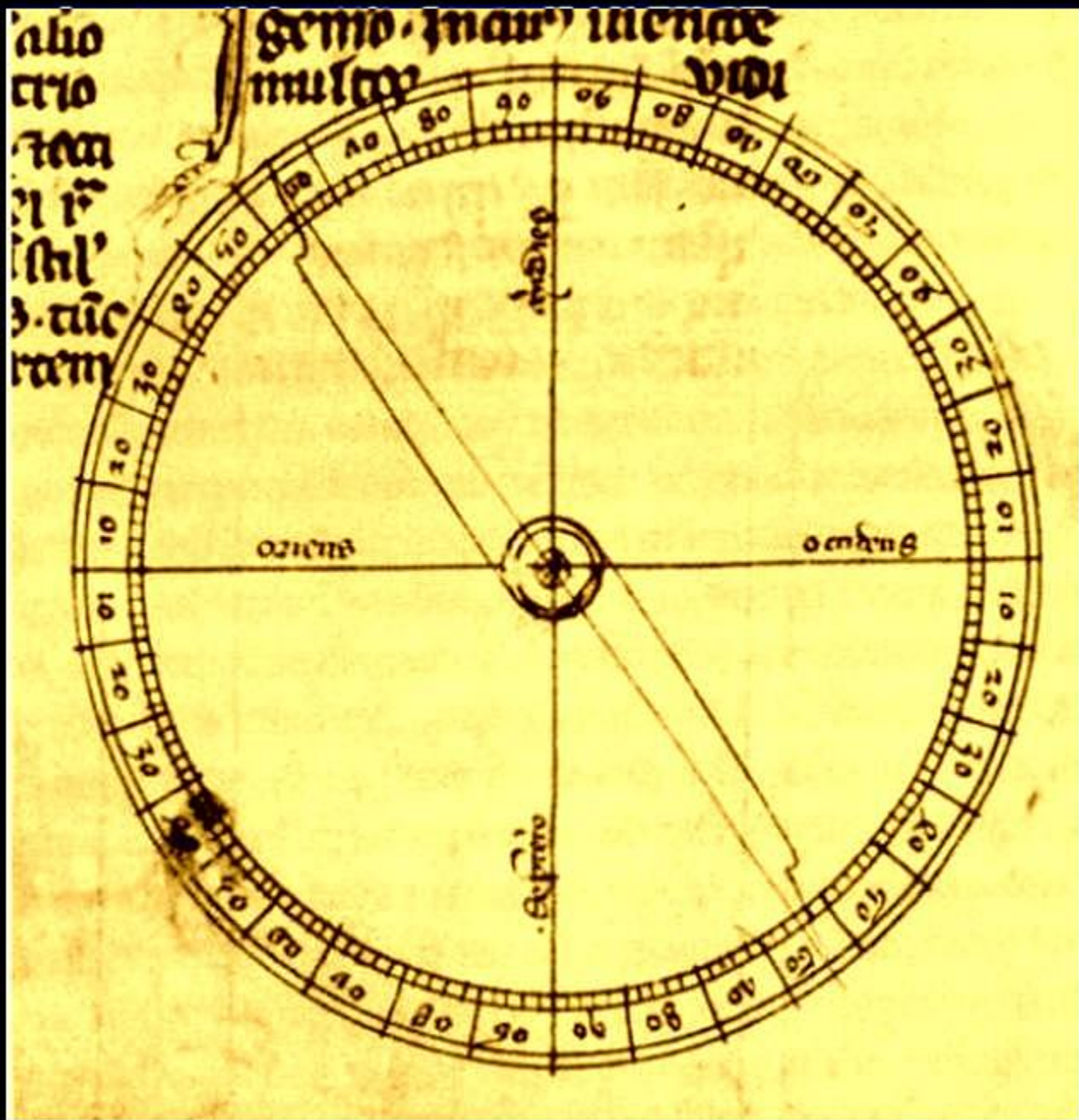




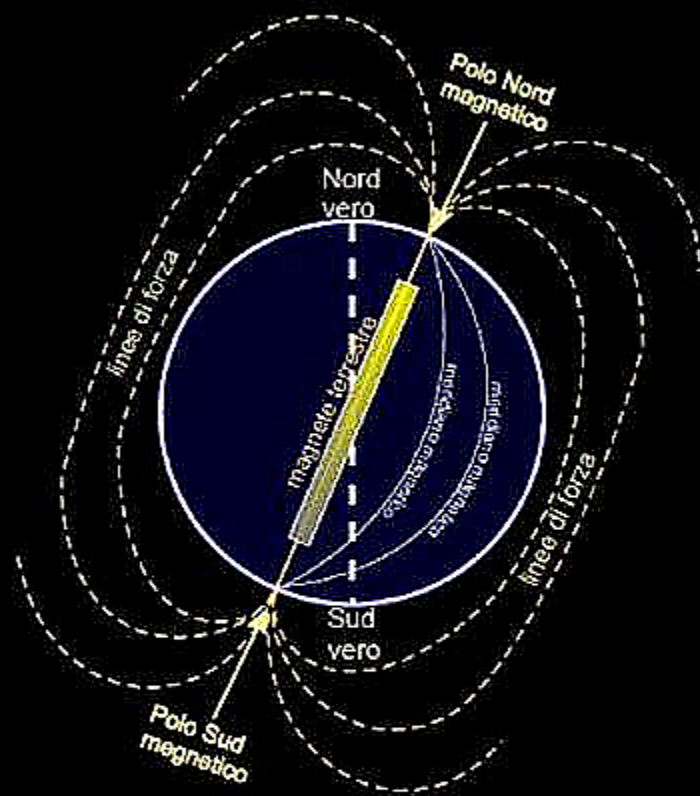
Istogramma delle deviazioni dell'asse del presbiterio rispetto all'asse della navata principale per 137 chiese medioevali nord-italiane

Orientazione Magnetica

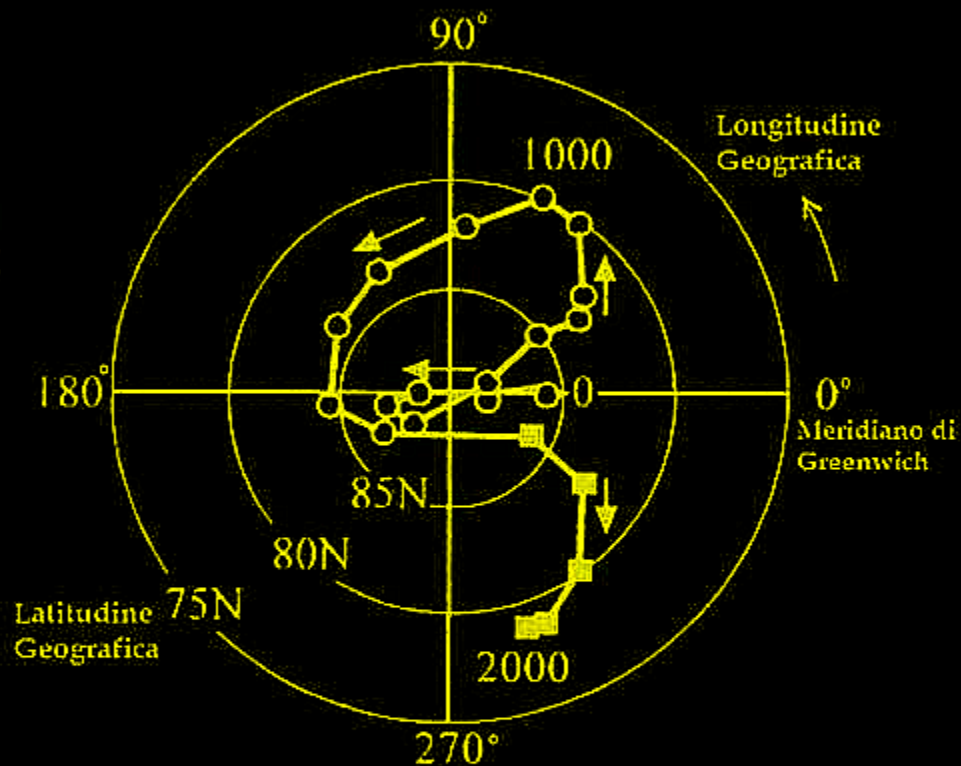
Dal 1500 in poi molte chiese furono orientate secondo la **direzione cardinale Est magnetica** utilizzando la bussola. In questo caso **l'errore di orientazione** dipende dal valore della **declinazione magnetica** nel luogo dove fu edificata la chiesa e dall'anno di fondazione.



La bussola: miniatura in "Epistula de Magnete" di Pietro Peregrino (XIII sec.)



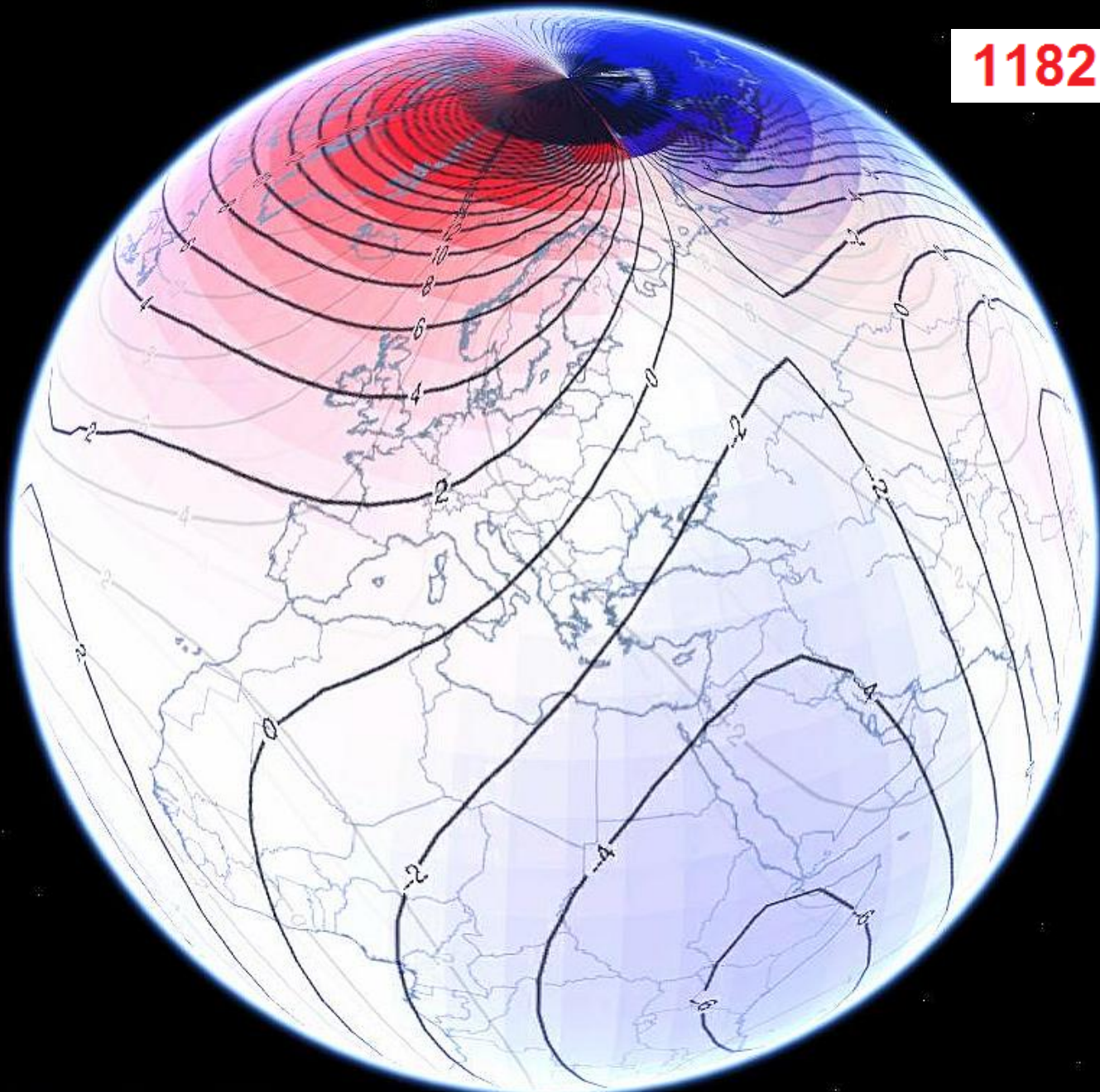
I poli magnetici della Terra



Movimento del Polo Nord magnetico rispetto al Polo Nord geografico tra l'anno 0 e l'anno 2000 d.C. Ogni punto rappresenta la posizione del polo ad intervalli di 100 anni.

Declinazione Magnetica

1182

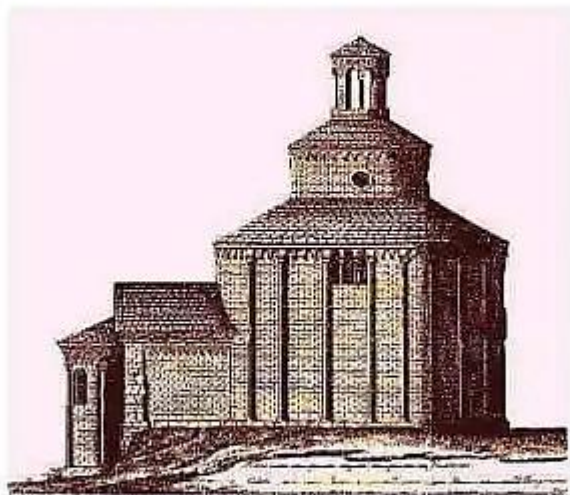


per approfondire:

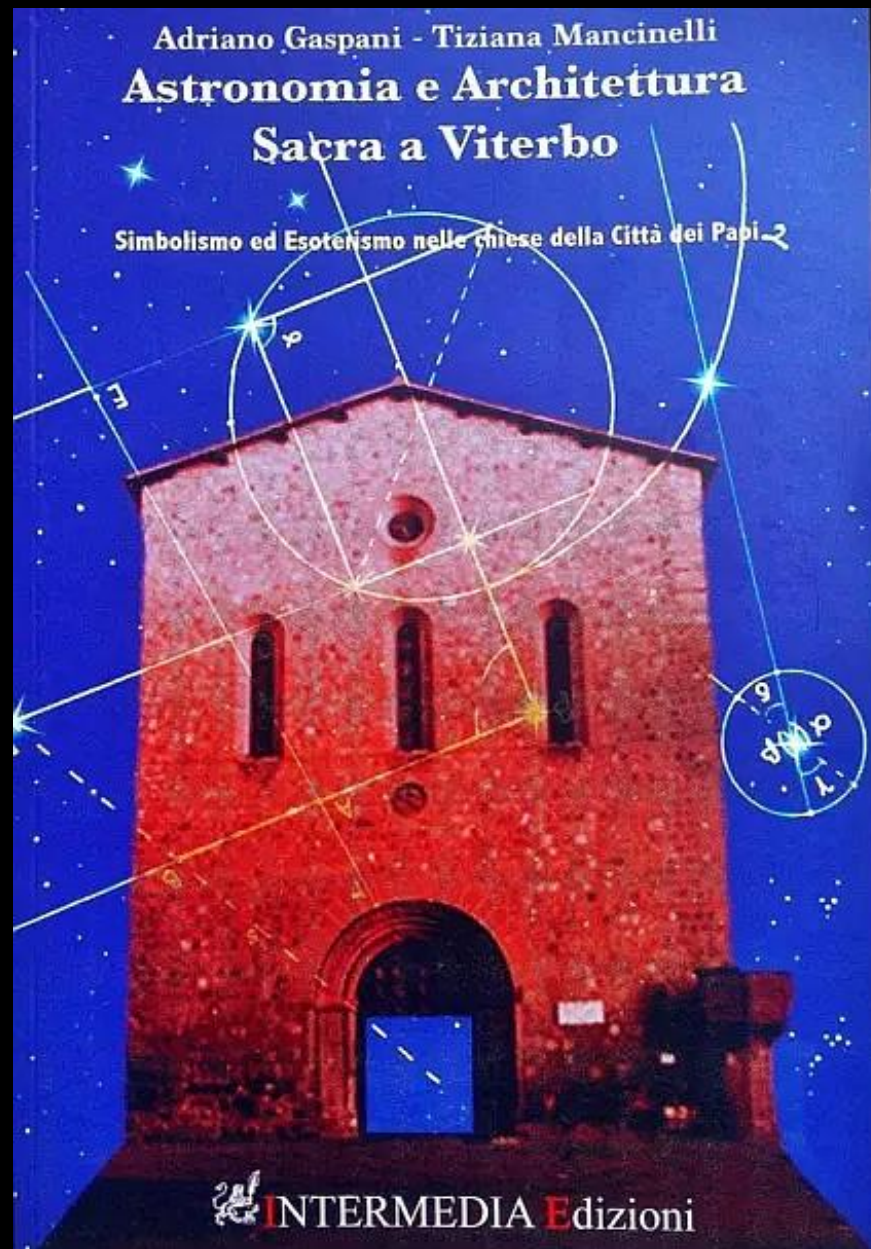
Adriano Gaspani

S. TOMÈ

Astronomia, Geometria e Simbolismo
Cosmico in una chiesa romanica



Collana Chimera



*"La Geometria è tutto,
Se non conosci la Geometria,
non sai nulla..."*

(Sugier, Abate di San Denis (Parigi))
(1080 - 1151)

